Quelques réflexions sur la Question de la Validation des Modèles

Prolégomènes I

« Définition »

Modèle = Ce qui est donné pour servir de référence.

Caractéristiques des modèles en S.P.I.

« Simulateurs à qui on pose des questions et qui fournissent des réponses »

Le modèle a une dimension prédictive. Il peut être partiel.

Il peut y avoir plusieurs modèles d’une « réalité »

Prolégomènes II

Comparaison avec la théorie

La théorie a une dimension « explicative », synthétique, englobant

un système complet, ou supposé comme tel.

Théorie de la Relativité

Fournit des équations, caractère quantitatif, réfutable par l'expérience

Théorie du Big-Bang

Fournit des équations, réfutable par l'expérience ?

Théorie de l'Evolution (Darwinisme)

Caractère non quantitatif, réfutable ?, prédictivité ?

Prolégomènes III

Fonction du modèle

Modèle dit de connaissance

Modèle est ici un paradigme (la déclinaison est un modèle grammatical) ou un schéma simplifié qui permet de ramener l’explication à des structures simples : on parlera du modèle diffusif. Il sera confronté aux données expérimentales.

Modèle dit d’action

C’est la fonction simulateur qui est recherchée.

Prolégomènes IV

Méthodologie de la modélisation

Empirico-Déductive
ou
Essais-Erreurs

Logico-Déductive
Exploitation d’un modèle
Numérique dans le cadre des
Théories physiques avérées

Avantages

Prototype constructible,
faible niveau d’abstraction

Coût faible, rapidité, flexibilité
Exploration d’un espace de
paramètres infini = optimum

Inconvénients

Méthode longue coûteuse,
Optimum atteint ?
Apprentissage.

Solution inconstructible,
Non validité du modèle

Prolégomènes V

Nature du modèle

-Empirique = Ensemble des lois issues de l’expérience.

-Mathématiques = Ensemble des relations mathématiques (EDP, EDO) lois statistiques,…, + ensemble des traitements numériques permettant la simulation.

-Informatique = Ensemble des structures et des algorithmes, non nécessairement numériques, constituant le modèle.

Un modèle est souvent dans le cadre d’une théorie, hypothèses Implicites ou non sous jacentes à la modélisation, mais pas toujours.

Prolégomènes VI

Critères que doit vérifier un modèle

Modèles de connaissance

Minimalité,
Ajustement aux données expérimentales
Réfutabilité,
Valeur prédictive.

Modèles d’action

Calculabilité
?

« Calibrabilité »,
Efficience.

Augmentation de la Complexité

Modèles de connaissance

+

Modèles d'action

Ajouter des effets,

Modèle thermique *ajoute* ***Modèle Mécanique***

Problème des Couplages

Réduction de la Complexité I

Modèles de connaissance

Très petit, très grand, très nombreux…
Milieux Hétérogènes…

=

Micro-Macro

Changement d'échelles, comportement collectif…

Réduction de la Complexité II

Modèles de connaissance

+

Modèles d'action

Recherche de modèles simplifiés

Schématisation du Comportement Non linéaire :
Bifurcation, Stabilité, Equations enveloppes,
Réduction Asymptotique, (Modèles Globaux)...

Schématisation du Comportement Linéaire.

Stratégie de Modélisation

Modèle « Détaillé ou Complet »

Réduction

Spécifications
Echelle
Objectifs…

Modèle « Souhaité »

Complexification

Loi :

Sup Inf = Inf Sup

Sous modèle 1 ↔ ***Sous modèle 2*** ↔ **…** ↔ ***Sous modèle N***

Calibration Validation

Variables d ’entrées
Intrants (Inputs) → Modèle → Variables de sortie
Sortants (Outputs)

Modèle ↑ Paramètres

Calibration ou calibrage = affectation des « valeurs » des paramètres

Validation = ?, concordance avec l’expérience, comparaison des sorties avec des données « expérimentales »

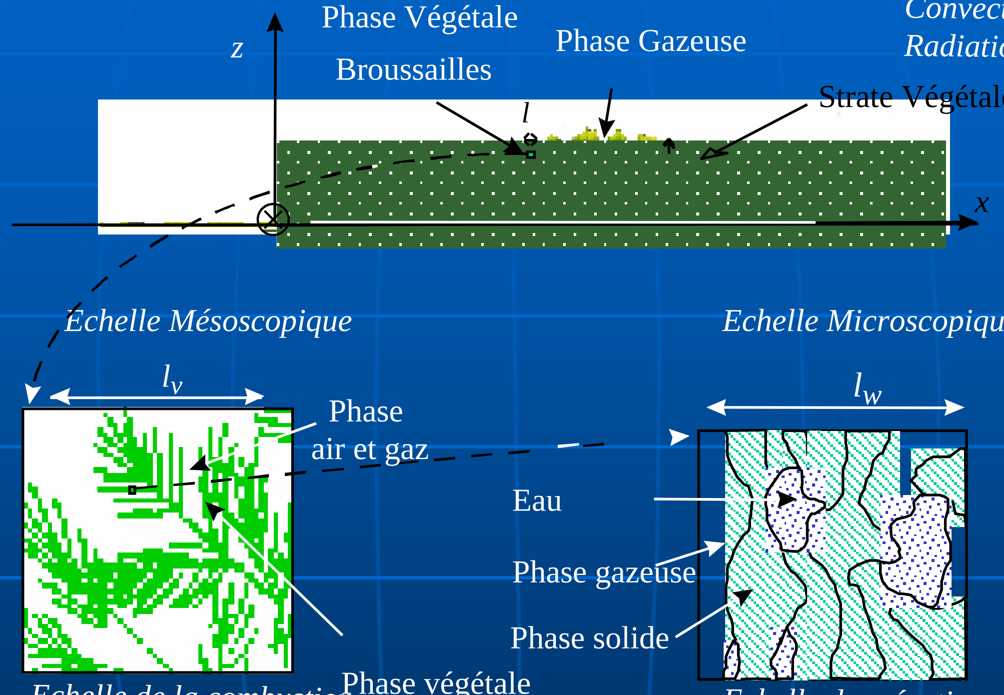
EXEMPLE

Echelles Géométriques

Le problème majeur est la présence d'échelles différentes

Echelle macroscopique

Echelle de la combustion
Flammes au dessus de la végétation
Convection
Radiation



Echelle Mésoscopique

La végétation est un milieu poreux

Echelle de la combustion
Convection
Radiation

Echelle Microscopique

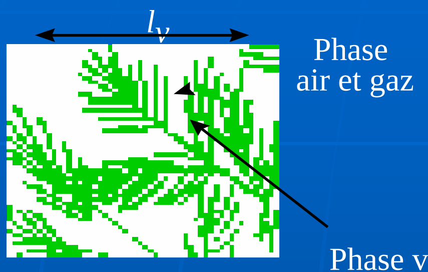
Le bois est un milieu poreux
Plusieurs phases
Plusieurs composants

Echelle des réactions chimiques:
Pyrolyse
Séchage

Echelles Physiques

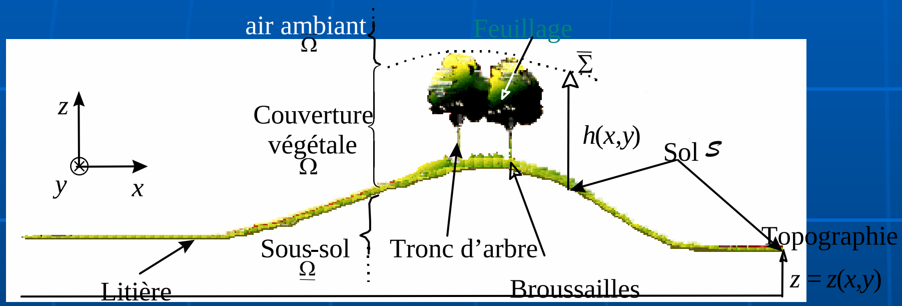
Les différents Nombres de Reynolds et les modèles

Echelle Mésoscopique



10 < Re < 100

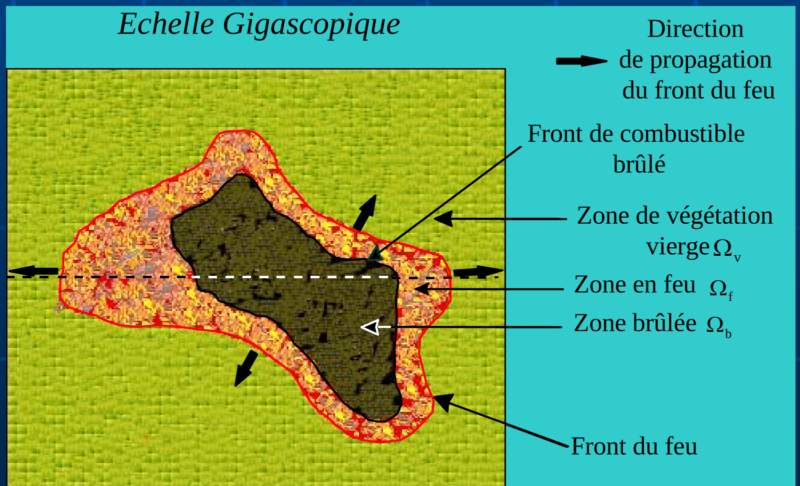
Echelle Macroscopique



Modèles de combustion 3D

$10^5 \leq \mathrm{Re} \leq 10^7$

Echelle Gigascopique



Modèles de Propagation 2D

$10^7 < \mathrm{Re}$

Modèles Physiques

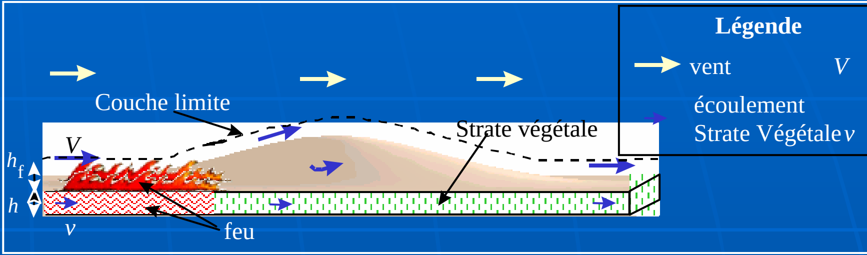
Approche TOP-BOTTOM

Réduction

3D ***Détaillé*** → **2D** ***Propagation***

Hypothèses

Hauteur de la flamme δ est petite comparée à l'échelle gigascopique



Ecoulement presque parallèle au sol

Approche BOTTOM-TOP

Les moteurs de la propagation sont la pyrolyse et le rayonnement

Le modèle doit comporter un bilan d'énergie pour le rayonnement et un bilan de masse pour la pyrolyse

Le mouvement des iso lignes du modèle doivent être compatibles avec Hamilton Jacobi

Un modèle de réaction diffusion

Bilan d'énergie

$$(1-\Phi)\rho_p(C_s + H_u C_l)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla\cdot(\lambda\nabla T) + h(T_a - T) + (1-\Phi)\rho_p \frac{\partial H_u}{\partial t} L_{ev}\delta_{T=T_{ev}} + M_r$$

$$T = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} T(x, y, z, t)\,dz$$

Bilan de masse

$$-(1-\Phi)\rho_p L_{ev}\frac{\partial H_u}{\partial t} = M_r - h(T_{ev} - T_a)$$

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = -\rho_p A \exp\left(-E / RT\right)$$

Flux radiatif M_r

$$\frac{di}{ds} = -K(s)i(s) + a(s)i(s) + \frac{\sigma_S(s)}{4\pi}\int_{\omega_i=0}^{4\pi} i(s,\omega_i)\tilde{\Phi}(\omega,\omega_i)\,d\omega_i$$

Zone en feu $\boxed{T \geq T_{\inf}}$

Stratégie de calibrage et de Validation

Les sous modèles

Bilan d'énergie

$$(1-\Phi)\rho_p(C_s + H_u C_l)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + h(T_a - T) + (1-\Phi)\rho_p \frac{\partial H_u}{\partial t} L_{ev}\delta_{T=T_{ev}} + M_r$$

$$T = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} T(x, y, z, t)\, dz$$

Bilan de masse

$$-(1-\Phi)\rho_p L_{ev}\frac{\partial H_u}{\partial t} = M_r - h(T_{ev} - T_a)$$

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = -\rho_p A \exp\left(-E / RT\right)$$

Sous modèles

Chaque sous modèle devrait être calibré et validé indépendamment (si cela est possible).

Les paramètres

Bilan d'énergie

$$(1-\Phi)\rho_p(C_s+H_u C_l)\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla\cdot(\lambda\nabla T)+h(T_a-T)+(1-\Phi)\rho_p\frac{\partial H_u}{\partial t}L_{ev}\delta_{T=T_{ev}}+M_r$$

$$T=\frac{1}{\delta}\int_0^{\delta}T(x,y,z,t)dz$$

Bilan de masse

$$-(1-\Phi)\rho_p L_{ev}\frac{\partial H_u}{\partial t}=M_r-h(T_{ev}-T_a)$$

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t}=-\rho_p A\exp\left(-E/RT\right)$$

Les paramètres

Chaque paramètre doit appartenir à un « sous modèle » calibrable en « laboratoire »

Les paramètres

Bilan d'énergie

$$(1-\Phi)\rho_p(C_s+H_uC_l)\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla\cdot(\lambda\nabla T)+h(T_a-T)+(1-\Phi)\rho_p\frac{\partial H_u}{\partial t}L_{ev}\delta_{T=T_{ev}}+M_r$$

$$T=\frac{1}{\delta}\int_0^{\delta}T(x,y,z,t)dz$$

Calorimétrie+calcul

Calcul

Bilan de masse

$$-(1-\Phi)\rho_p L_{ev}\frac{\partial H_u}{\partial t}=M_r-h(T_{ev}-T_a)$$

$$\frac{\partial\rho_p}{\partial t}=-\rho_p A\exp\left(-E/RT\right)$$

Chimie

Les paramètres sont « identifiables » pas directement mesurables

Modèle radiatif

Calcul = souvent utilisation de méthodes inverses

Donc étude de sensibilité, méthodes d'optimisation globale…

Les variables d'entrée

Distribution initiale d'espèces
distribution de masse
distribution d'humidité
paramètres liés à la végétation

Vent initial : Champ si possible

Contour initial ou point et instant de démarrage

Grande Variabilité
Faut-il en tenir compte ?

Les variables de sortie

Distributions

distribution de masse restante
distribution d'humidité
espèces brûlées…

Champ de température

flux rayonné

Contour du feu et zone en feu

Les variables « testables »

$$(1-\Phi)\rho_p(C_s + H_u C_l)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla\cdot(\lambda\nabla T) + h(T_a - T) + (1-\Phi)\rho_p\frac{\partial H_u}{\partial t}L_{ev}\delta_{T=T_{ev}} + M_r$$

$$T = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} T(x,y,z,t)\,dz$$

Pas mesurable, non

Paradoxe, la principale variable de sortie

$$-(1-\Phi)\rho_p L_{ev}\frac{\partial H_u}{\partial t} = M_r - h(T_{ev} - T_a)$$

Difficilement mesurable, non

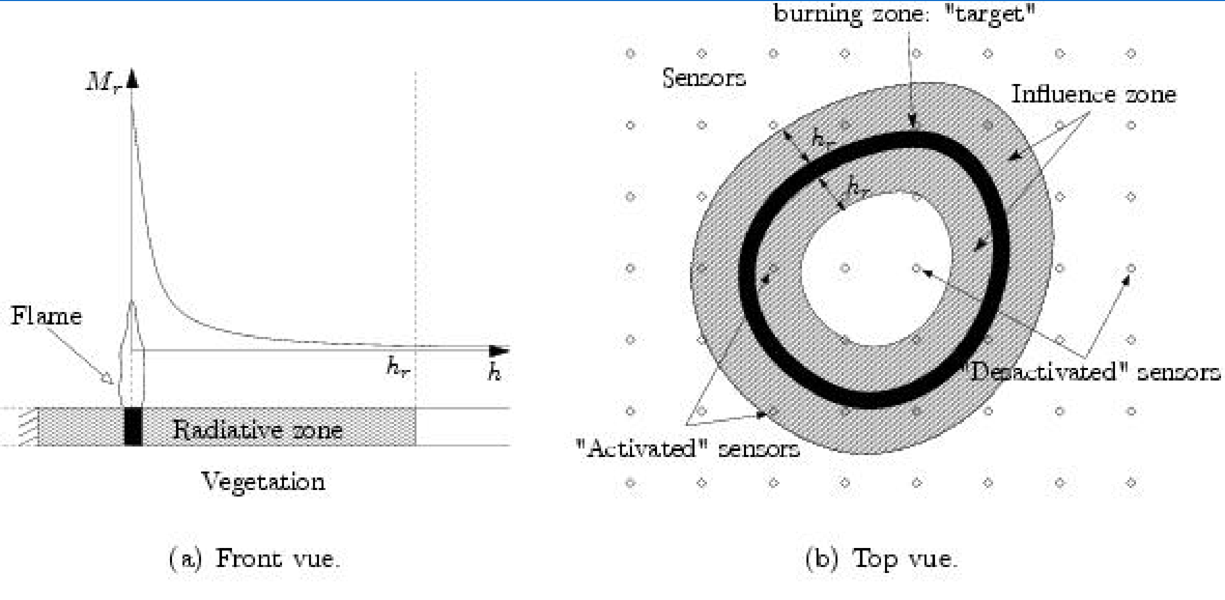
$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = -\rho_p A\exp\left(-E/RT\right)$$

Difficilement mesurable, non

M_r

Mesurable, oui

Validation



$$M_r^{cal}(x,\Omega_f) = \int_{\Omega_f} \varphi(y) G(x-y)\,dy.$$

$$J = \sum_{i=1}^{Ns} \left(M_r^{cal}(x_i,\Omega_f) - M_r^{mes}(x_i)\right)^2$$

$$\text{zone en feu} = \arg\min_{\Omega_f} J$$

Remarques en vrac

Nous avons besoin de feux contrôlés de taille supérieure à l'échelle du laboratoire

Chaque modèle devrait être accompagné par le protocole de « validation »
(les échelles prises en compte, l'objectif du modèle…).
La validation devenant un objet de débat scientifique.

La variabilité des données entraîne-t-elle la nécessité de modèles stochastiques ?

Rôle et statut de l'expérience dans le modèles de ce type :
Non reproductibilité des expériences (on ne brûle qu'une seule fois un champ donné).