L2S

Laboratoire des Signaux & Systèmes

Planification et analyse d’expériences numériques, appliquées à la sécurité incendie

STROH Rémi[a,b]
BECT Julien[a]
VAZQUEZ Emmanuel[a]
DEMEYER Séverine[b]
FISCHER Nicolas[b]
MARQUIS Damien[b]

(a) Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S)
(b) Laboratoire National de métrologie et d’Essais (LNE)

MESURES & RÉFÉRENCES
Clés de la COMPÉTITIVITÉ et d’un MONDE PLUS SÛR

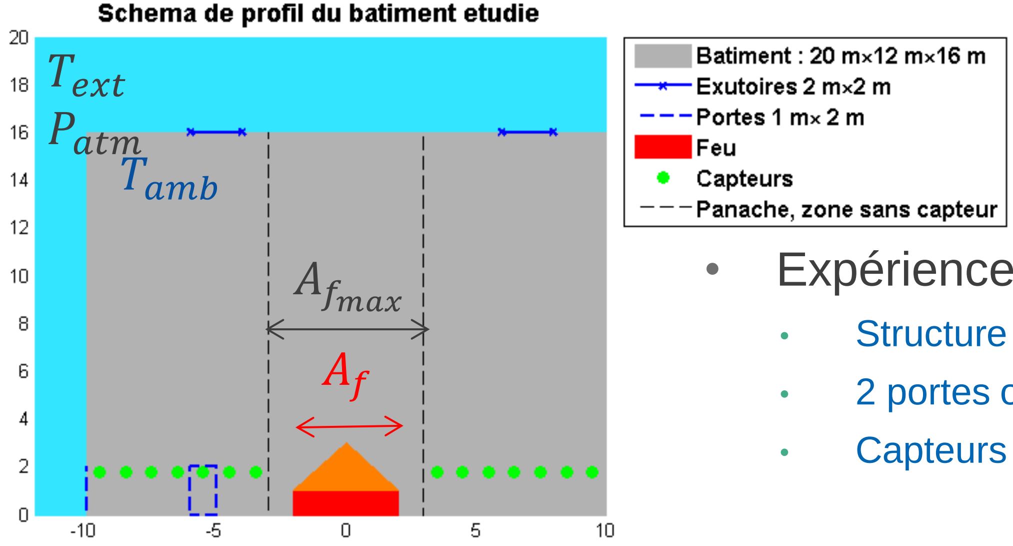
Contexte

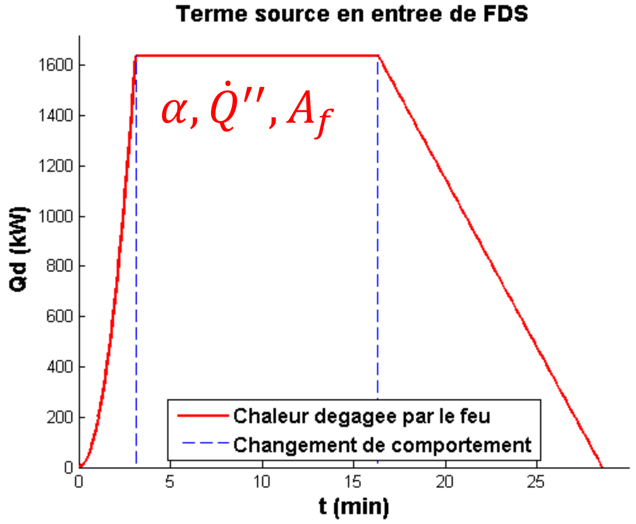
- Objectif de la thèse : développer une méthodologie, pour évaluer la conformité d'une sortie d'un code complexe + **incertitude associée**;

- Exemple : étude de sécurité incendie, avec utilisation de codes CFD (FDS, OpenFOAM, …) ;

- Ici : évaluer la conformité d'un bâtiment, et en particulier son système de désenfumage.

Cas d'étude





- Expérience sur un bâtiment du LNE :
  - Structure réelle;
  - 2 portes ouvertes, 2 exutoires naturels;
  - Capteurs hors du panache de fumée;

- 8 paramètres physiques variables :
  - Conditions climatiques:
    - T_{ext} : température extérieure;
    - P_{atm} : pression atmosphérique;
    - T_{amb} : température ambiante;
  - Paramètres du feu :
    - α : accélération au démarrage;
    - A_f : surface du feu;
    - $\dot{Q}''$: chaleur surfacique dégagée maximale;
    - q_{f_d} : énergie surfacique dégagée totale;
    - Y_{soot} : taux de production de fumée.

Grandeurs de sortie étudiées : enjeux

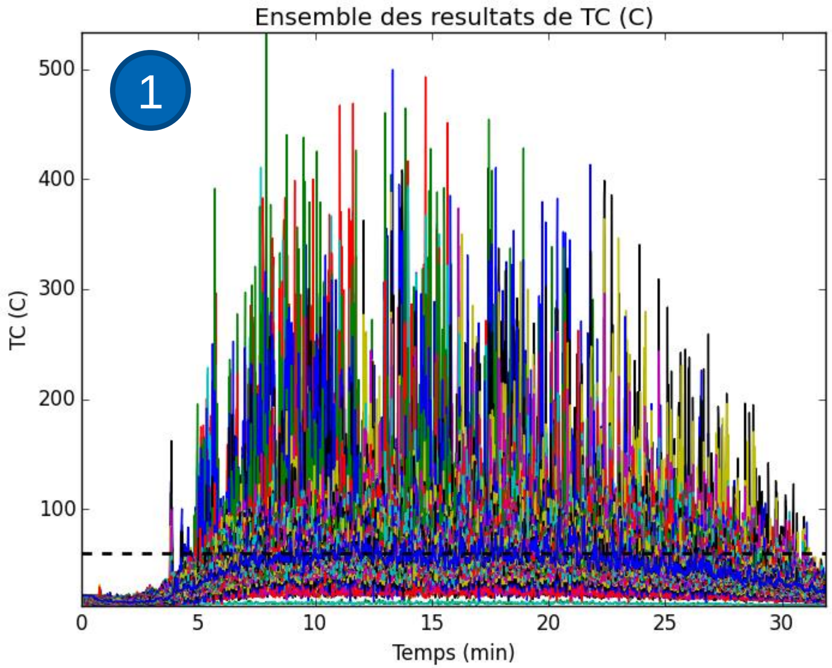
- Problématique :
  - conditions aux entrées qui rendent le système de désenfumage inefficace?

Nom	Signification
HF (kW/m²)	Flux radiatif des fumées Conformité : HF < 2.5 kW/m²
TC (°C)	Température des gaz Conformité : TC < 60 °C
VI (m)	Visibilité Conformité : VI > 5 m

- Durant cette présentation, seul sera montré l'impact de la puissance, $\dot{Q}''$, sur la température des gaz, TC.

Méthode de calcul : 1) Résultats de FDS

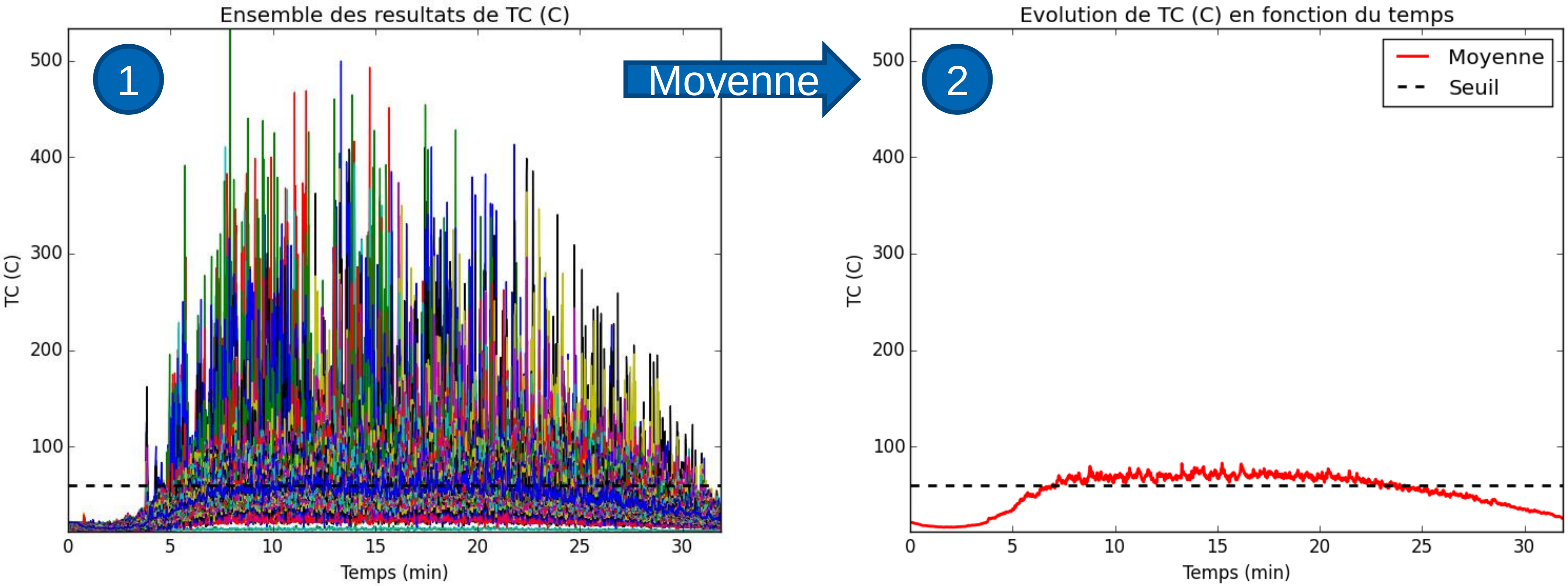
- Evolution temporelle de la température des gaz en



- Récupération de résultats $\left(TC(t; x_k, y_k)\right)_{1 \leq k \leq n_c}$, n_c, nombre de capteurs; (x_k, y_k), leurs positions.
- Estimation de la conformité ?

Méthode de calcul : 2) Moyenne spatiale

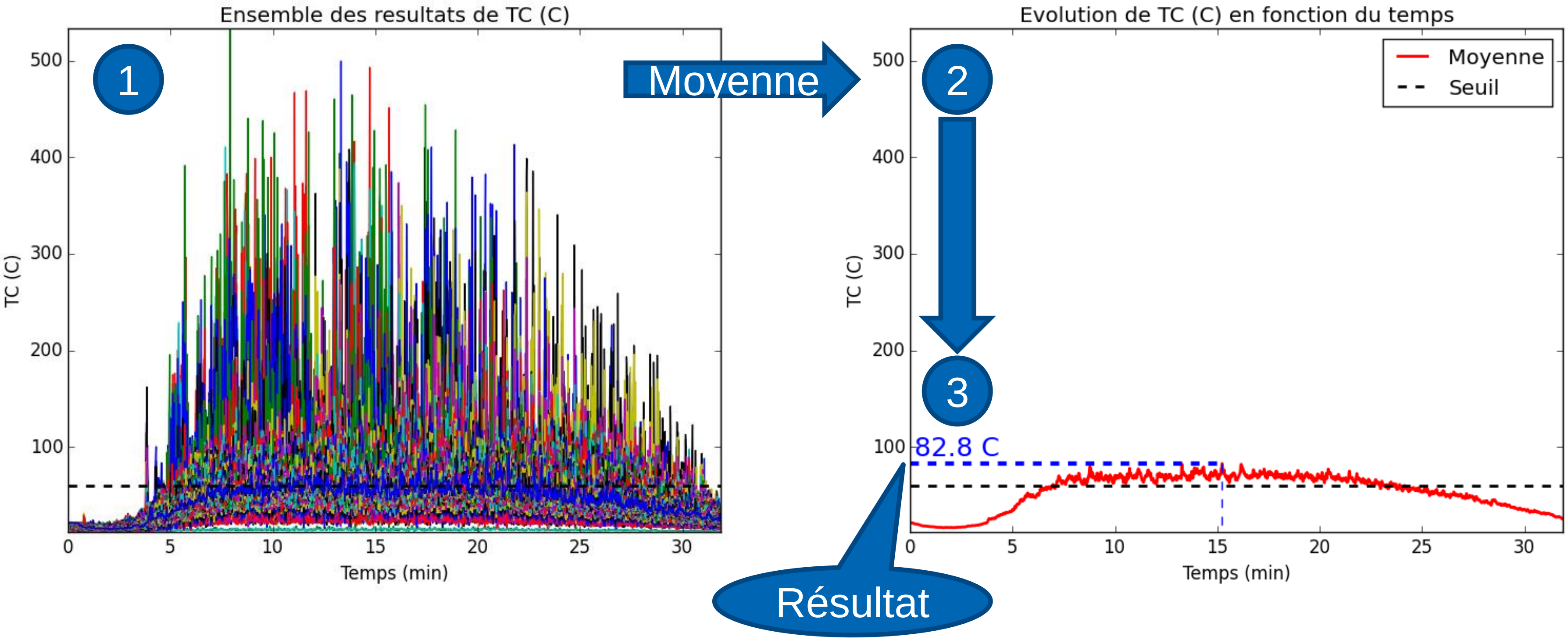
- Une méthode possible (utilisée par le LNE) :



- $\langle TC(t)\rangle = \frac{1}{n_c}\sum_{k=1}^{n_c} TC(t; x_k, y_k)$;
- Moyenne spatiale (hors panache).

Méthode de calcul : 3) Maximum temporel

- On a choisi de prendre le maximum sur toute la simulation



- Résultat : $TC = \max_t\{\langle TC(t)\rangle\}$;
- Pour ces entrées, le système de désenfumage est non conforme : $TC = 82.8\,°C > Seuil = 60\,°C$.

Plan

1 Evaluation de la conformité:

Probabilité de défaillance

2 Utilisation d'une caractéristique de FDS

3 Autre méthode d'estimation de la probabilité

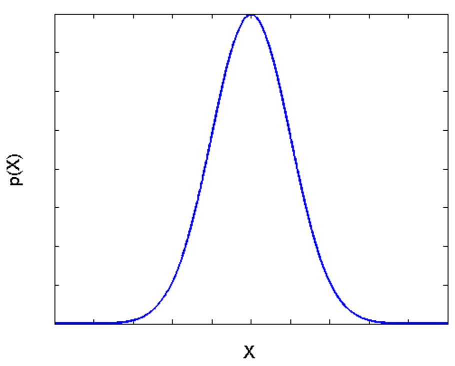
4 Combinaison des deux méthodes

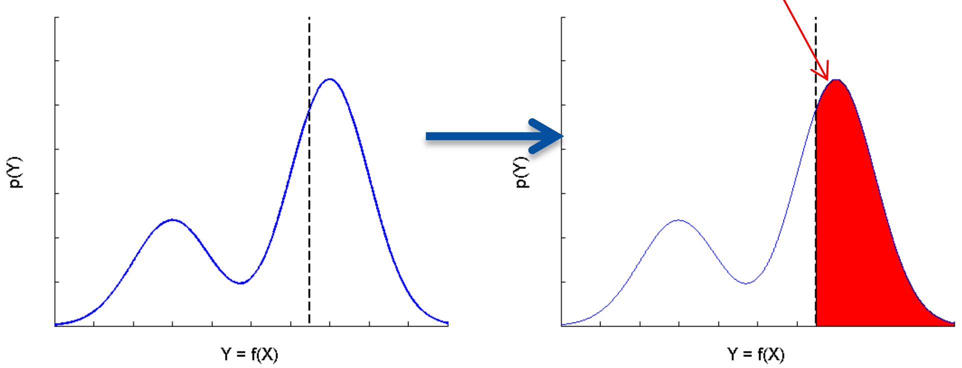
Point de vue du statisticien

$Proba(Y > Seuil)$

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_8) = (T_{ext}, \dots, \dot{Q}'')$$

$$Y = f(X) = TC$$





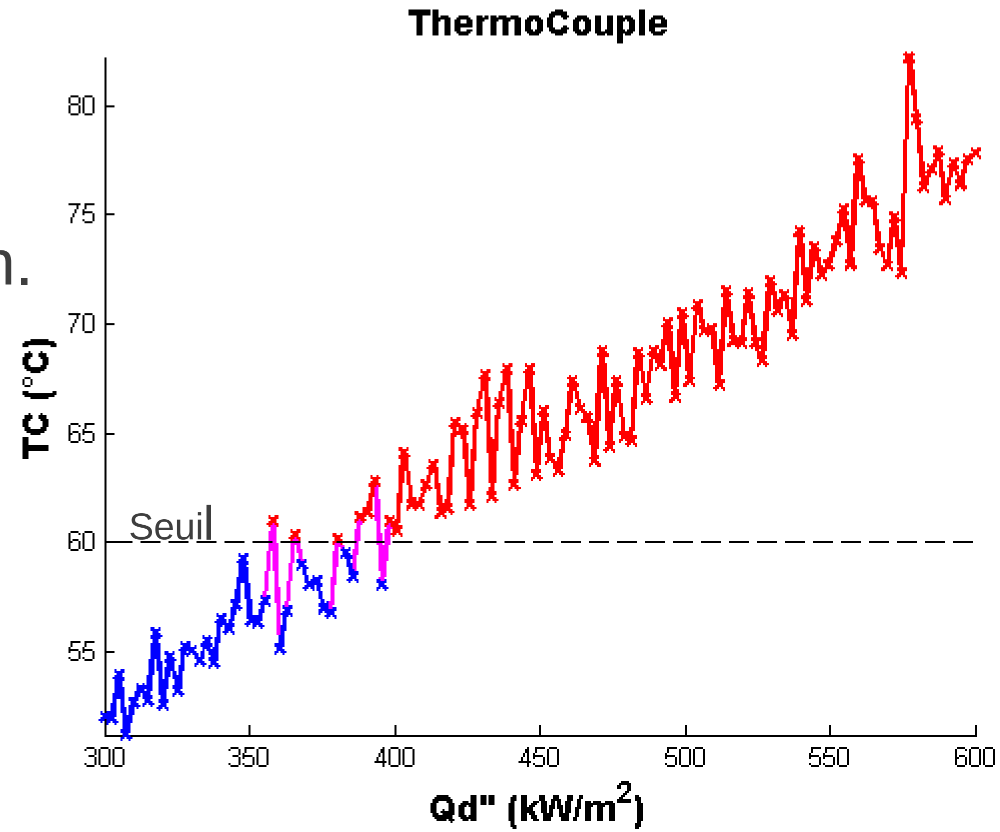
Loi des entrées

Loi de la sortie

Température en fonction de la puissance du feu

- Exemple: $TC = f(\dot{Q}'')$.

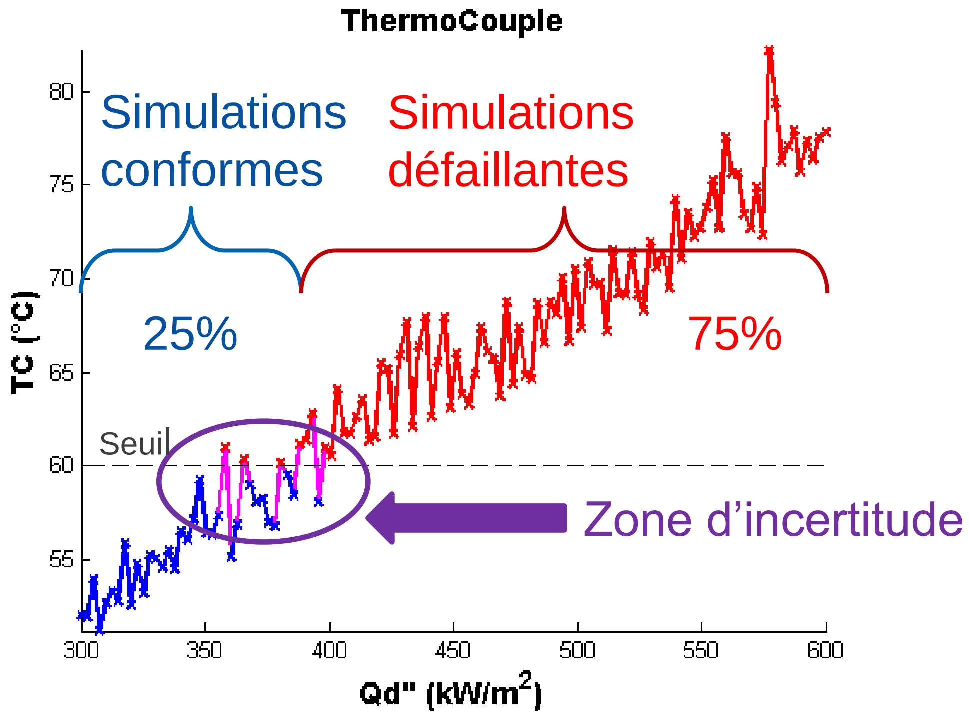
- 1 point = 1 simulation.



- Sur le graphique, 120 simulations (maille de 20 cm).

Evaluation de la conformité

- Pour une simulation donnée :
  - conformité = en-dessous du seuil;
  - défaillance = au-dessus du seuil.



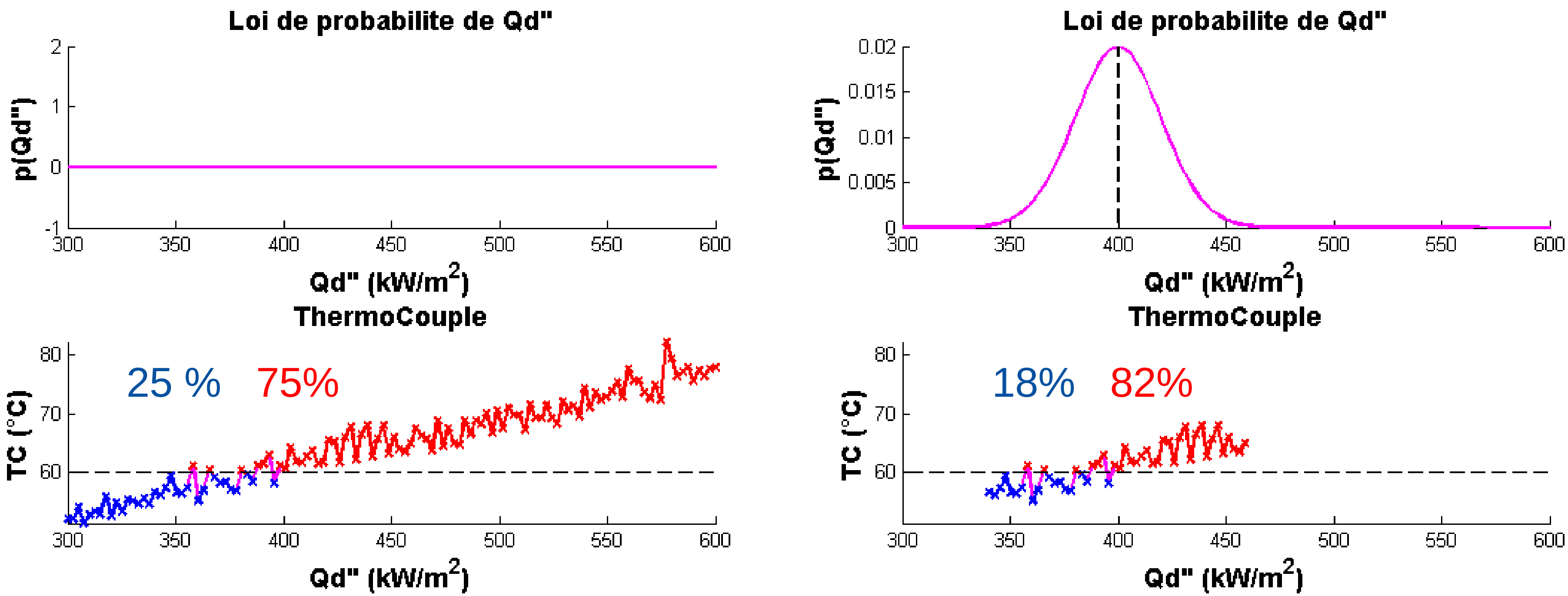
➔ Conformité d'une étude = proportion de cas conformes.

Probabilité de dépassement de seuil

- Conformité = proportion de simulations conformes

  = probabilité d'être en-dessous du seuil.

- Tous les feux ne sont pas équiprobables : certains feux sont plus fréquents que d'autres ➔ loi de probabilité.



Méthode de Monte-Carlo

- Estimation de probabilité : méthode de Monte-Carlo;
  - Choix aléatoire des feux (taille, puissance, cinétique, …), et des conditions environnementales (températures, pression, …) selon leurs probabilités d'occurrence ➔ proportion de cas conformes :

$$\boldsymbol{p = \frac{nombre\ de\ cas\ conformes}{nombre\ de\ simulations} = \frac{m}{n} \pm \sigma}$$

avec $\sigma = \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}$ ➔ $\frac{\sigma}{p} = \sqrt{\frac{(1-p)}{n\cdot p}}$ ➔ $\boldsymbol{n = \frac{1-p}{p\cdot\left(\frac{\sigma}{p}\right)^2}}$;

➔ Pour estimer une probabilité de $p \approx 20\%$, avec une précision relative de $\frac{\sigma}{p} \approx 10\%$, il faut $n \approx 400$ simulations.

➔ La méthode de Monte-Carlo n'est pas adaptée à FDS.

➔ 2 alternatives.

Plan

1

Evaluation de la conformité:

Probabilité de défaillance

2

Utilisation d'une caractéristique de FDS :

Approche multi-fidélité

3

Autre méthode d'estimation de la probabilité

4

Combinaison des deux méthodes

Approche multi-fidélité

- FDS a un paramètre de maille dans ses entrées t_{xyz};

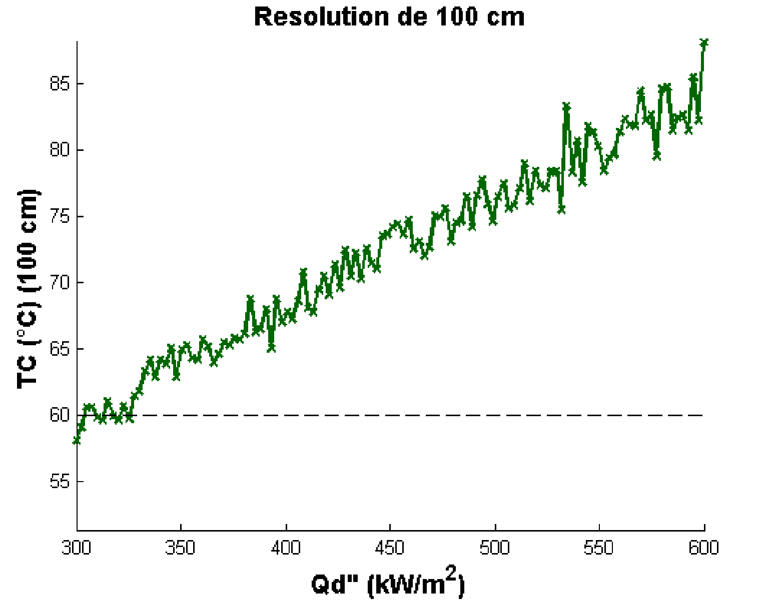
- Plus on détériore la résolution (t_{xyz} grand), plus on réduit le temps de calcul;

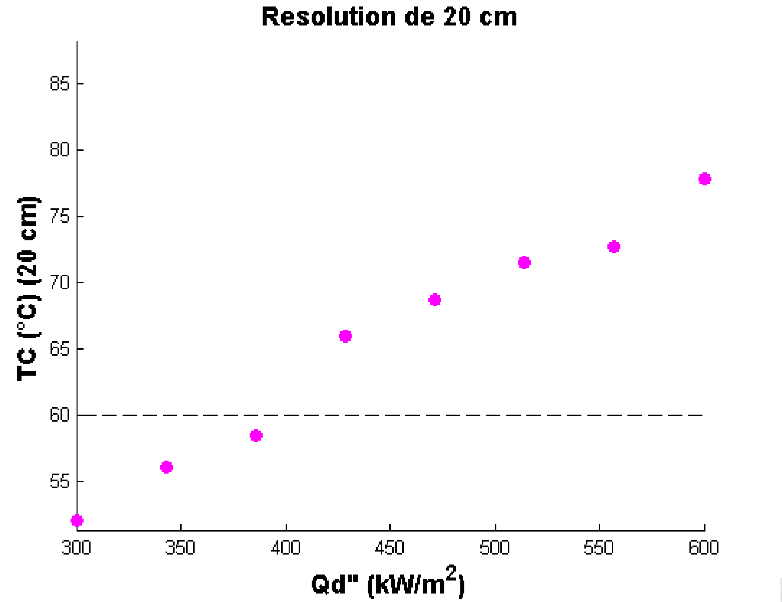
Taille de maille	100 cm	50 cm	25 cm	20 cm	12.5 cm	10 cm
Temps de calcul	5 min.	1 heure	1 jour	2 jours	2 sem.	1 mois

- Compromis fiabilité-calcul:
  - Utiliser des simulations rapides, pour prévoir des simulations précises.

Méthodologie de l'approche multi-fidélité

1. Calcul des simulations :
   - 120 simulations à 100 cm;
   - 8 simulations à 20 cm.

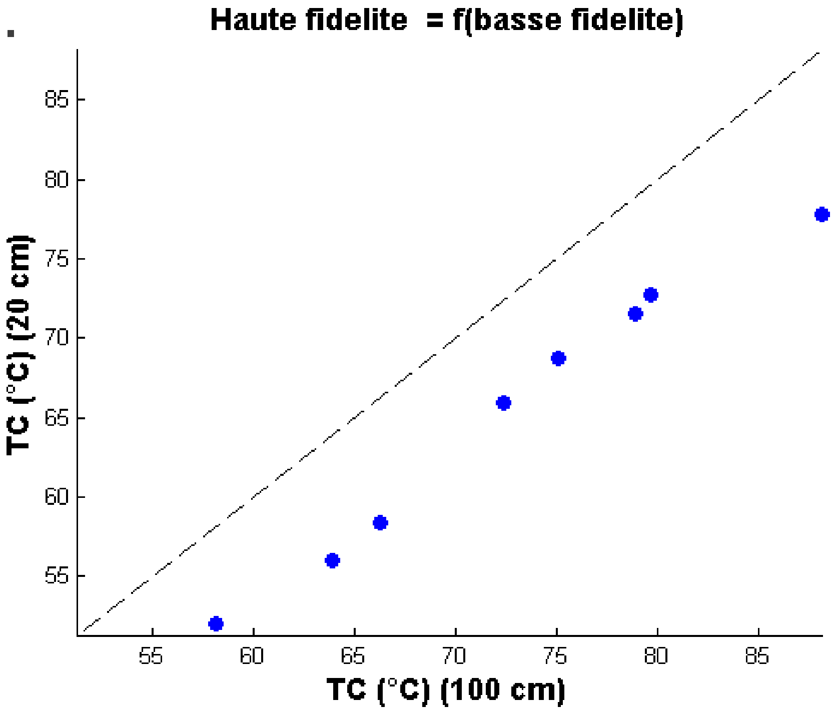




- Courbes de la température en fonction du terme source, en haute et basse fidélité.

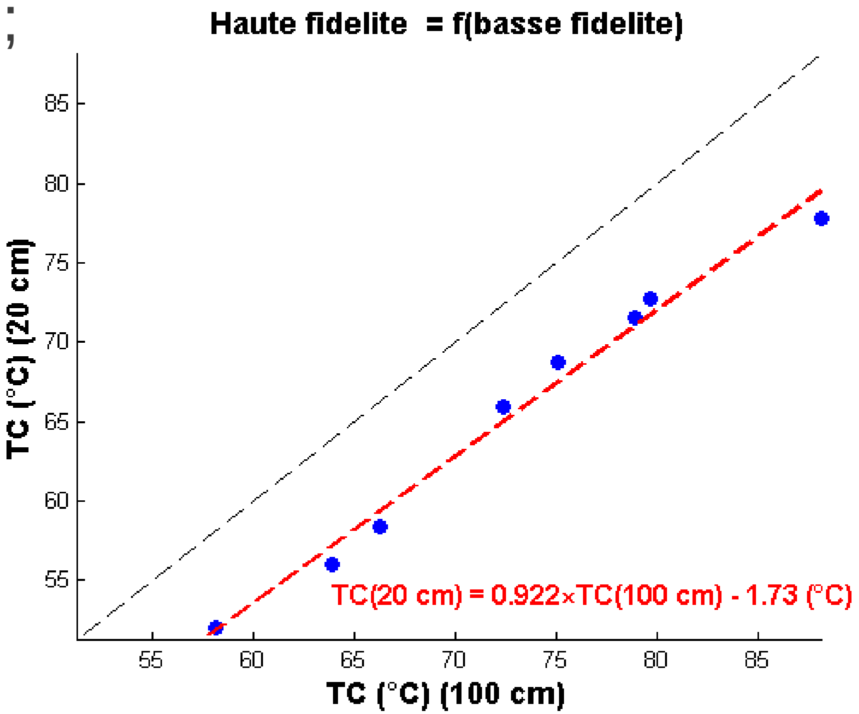
Méthodologie de l’approche multi-fidélité

1. Calcul des simulations;
2. Analyse de la relation entre haute fidélité et basse fidélité.



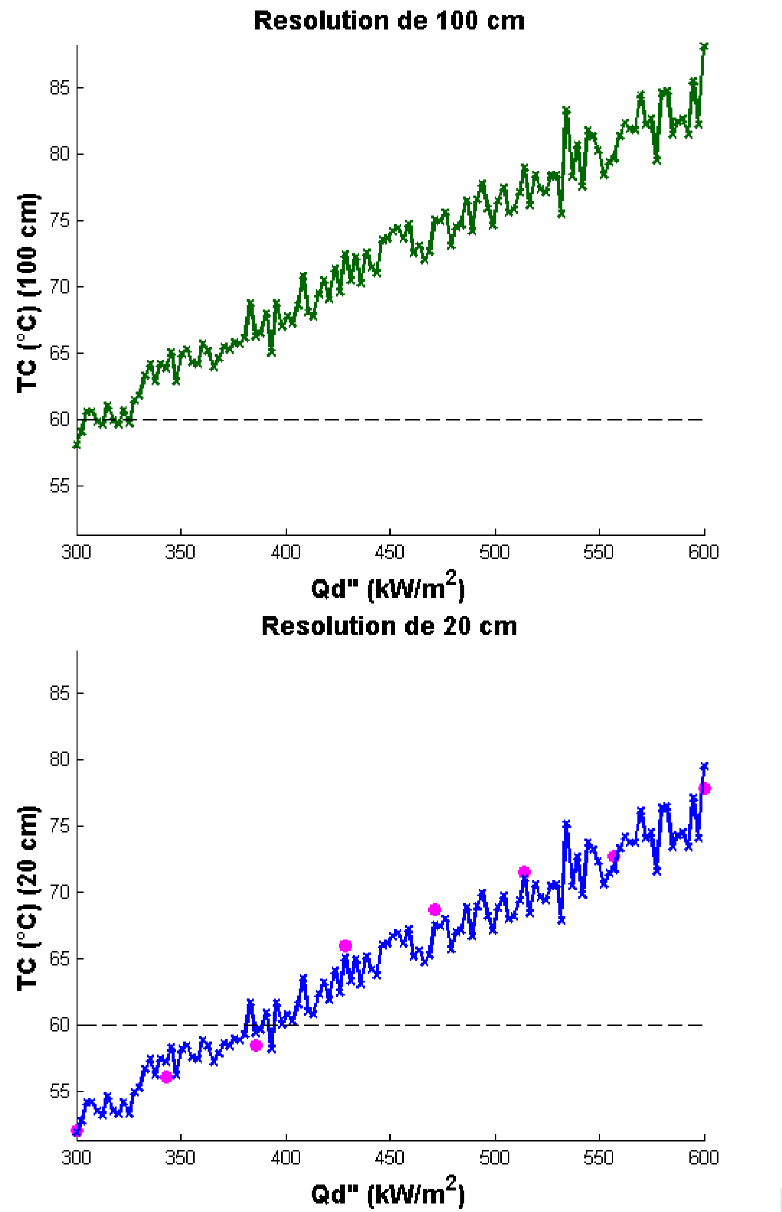
Méthodologie de l'approche multi-fidélité

1. Calcul des simulations;
2. Analyse de la relation entre haute fidélité et basse fidélité;
3. Estimation de la relation.



Méthodologie de l'approche multi-fidélité

1. Calcul des simulations;
2. Analyse de la relation entre haute fidélité et basse fidélité;
3. Estimation de la relation;
4. Application de la relation.



$$Prediction(Haute\ Fidélité) = f(Basse\ fidelité).$$

Bilan de la méthodologie

- Méthode rapide :
  - Résolution spatiale moindre ➔ plus rapide;

- Questions :
  - Pertinence des résultats ? Validité de la relation ?
  - Comment faire le calcul d’incertitude ?
  - Que faire si la relation est plus complexe? Si il y a plus que 2 niveaux ?
  - Peut-on voir apparaître un effet avec la taille de maille ? Comment le traiter ? Peut-on alors extrapoler ?

Plan

1

Evaluation de la conformité:

Probabilité de défaillance

2

Utilisation d'une caractéristique de FDS :

Approche multi-fidélité

3

Autre méthode d'estimation de la probabilité:

krigeage

4

Combinaison des deux méthodes

- Méthode de Monte-Carlo directe inutilisable ➔ changement de méthode pour calculer la probabilité ➔ **krigeage**;

- Krigeage = méthode statistique d'estimation et prédiction de la sortie

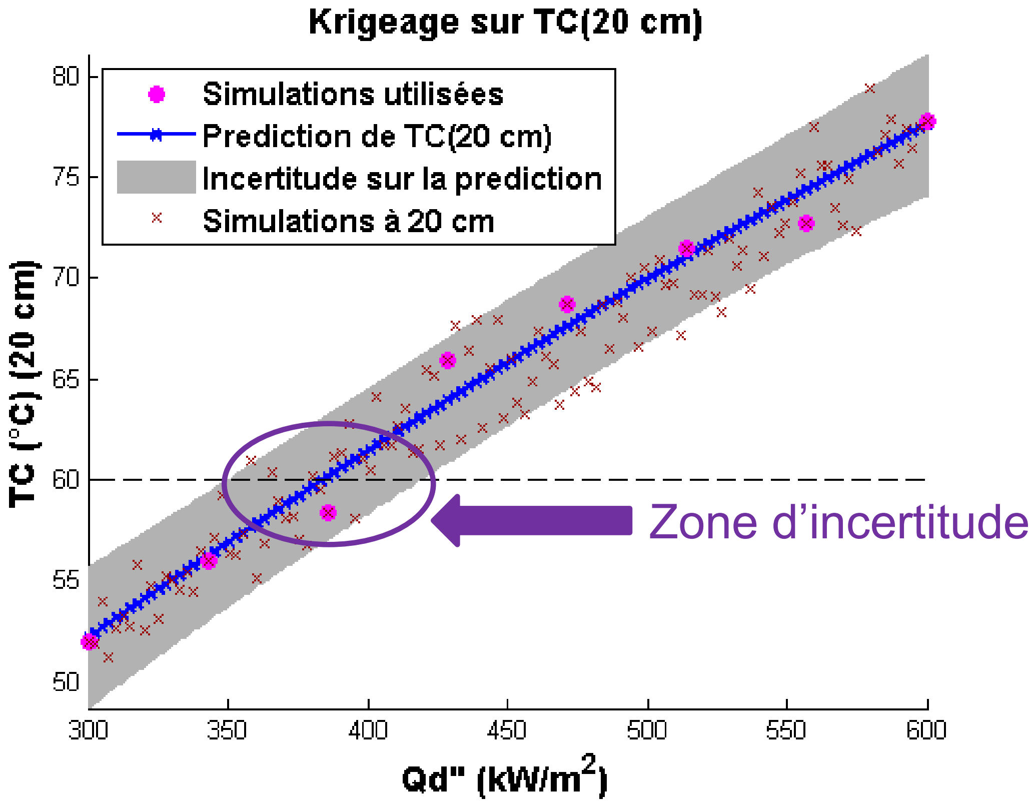
$$\left[\hat{f}(x), \Delta\hat{f}(x)\right] = krigeage\left(\{x_i, f(x_i)\}_{1\leq i\leq n_{simulations}}\right);$$

Prédiction par krigeage — Incertitude associée — Résultats du simulateur

- Procède par moyenne pondérée des résultats.

Krigeage sur le haut niveau de fidélité

1. 8 simulations à haut niveau de fidélité (20 cm);
2. Définitions et calibration d'un modèle de krigeage;
3. Prédiction et incertitudes;



- Comparaison avec 120 simulations hautes fidélités.

Avantages et inconvénients du krigeage

- Intérêts :
  - avec peu de simulations, on obtient une prédiction et une incertitude;
    - ➔ application du Monte-Carlo sur cette prédiction;
    - ➔ probabilité avec incertitude;
  - ne nécessite pas la connaissance des modèles du code de calcul;
  - fonctionne même sur des cas non-linéaires, plus complexe.
- Limitations :
  - dans le cas de FDS, reste trop coûteux en nombre de simulations, donc en temps;
  - nécessite des connaissances en statistiques (notions « d'incertitudes »,…);
  - implique un développement informatique (Matlab, …).

- Référence : C. E. Rasmussen. Gaussian processes for machine learning. MIT Press, 2006.

Plan

1 Evaluation de la conformité:

Probabilité de défaillance

2 Utilisation d'une caractéristique de FDS :

Approche multi-fidélité

3 Autre méthode d'estimation de la probabilité:

krigeage

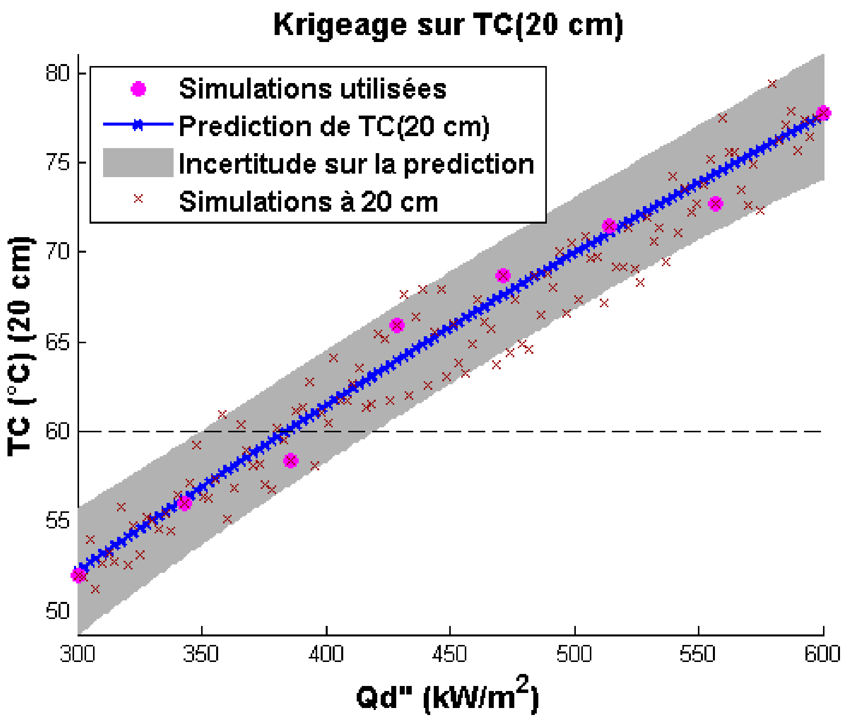
4 Combinaison des deux méthodes :

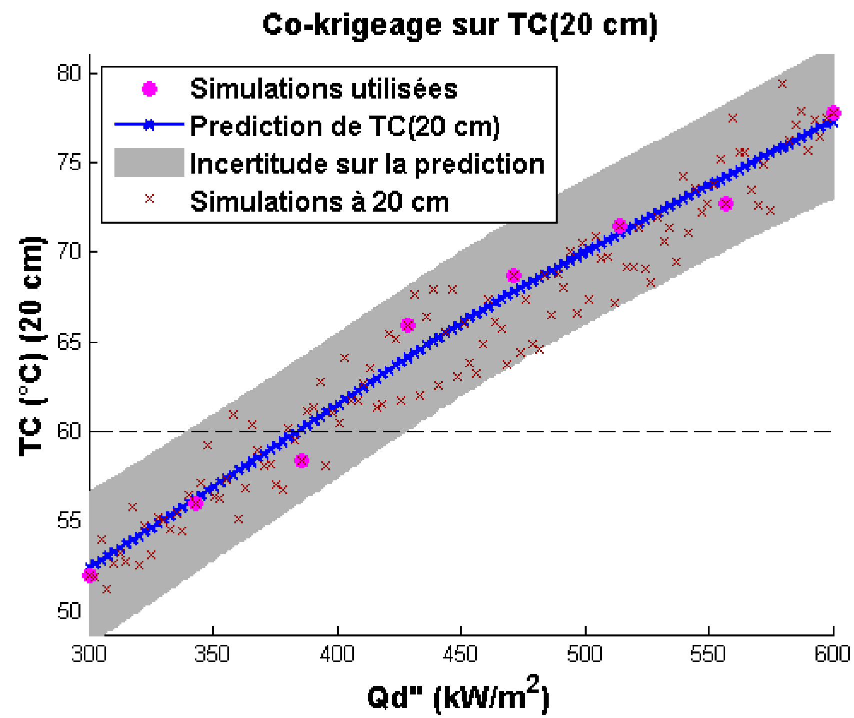
co-krigeage

Ma thèse

Comparaison krigeage/co-krigeage

- Une exemple simple d'estimation de relation entre haute fidélité et basse fidélité :





Krigeage

Co-krigeage

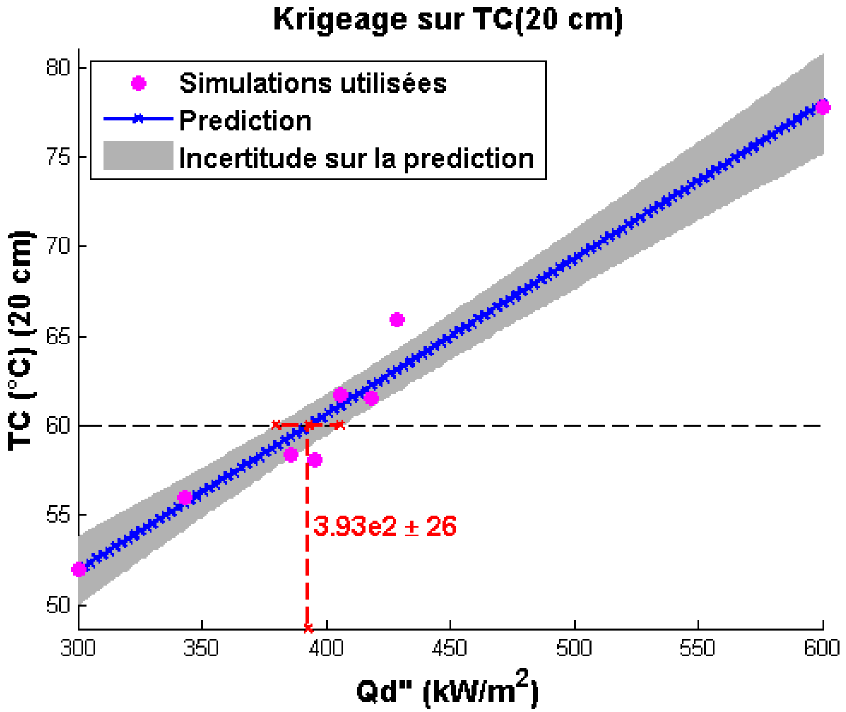
- Meilleure estimation de l'incertitude.

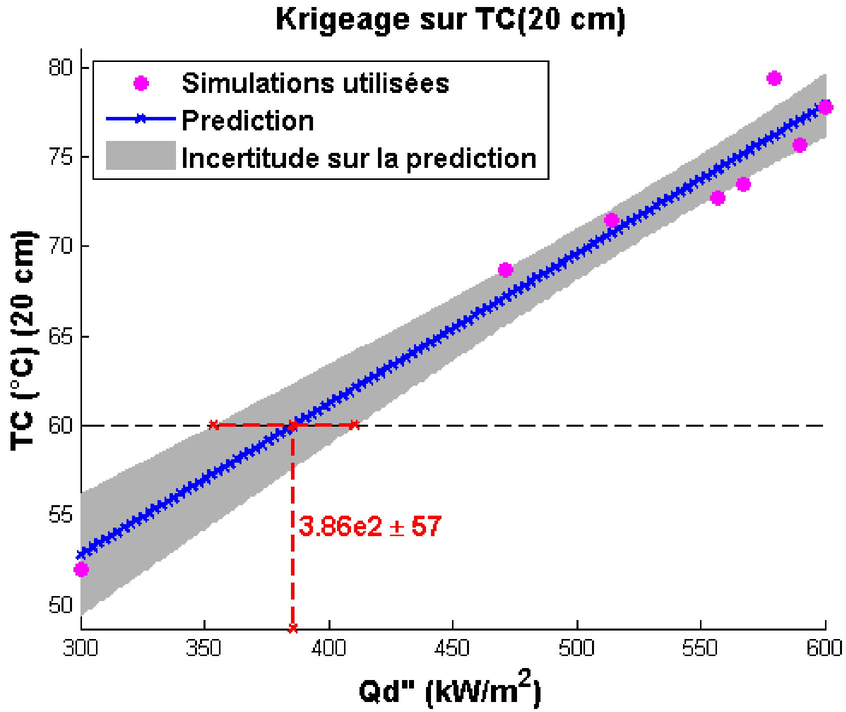
Origines des incertitudes

- Des incertitudes apparaissent lors de l'estimation d'une probabilité de défaillance, qui peuvent provenir :
  - de la loi des entrées;
  - du bruit de FDS;
  - de l'estimation de la valeur du bruit;
  - de la calibration du modèle statistique (co-krigeage);
  - de l'utilisation du modèle statistique;
  - de la méthode d'estimation de la probabilité (Monte-Carlo, …).
- Si une comparaison entre les résultats et des données expérimentales est faite, des incertitudes s'ajoutent :
  - liées à la validité des modèles utilisés;
  - liées aux choix d'utilisateur;
  - liées au bruit de l'expérience.

Notions de plan d'expériences

- Importance du choix des simulations





Points dans la zone de défaillance

Pas de points dans la zone de défaillance

Importance du plan d'expériences

- Une bonne estimation ← un bon choix des simulations à faire.
  - Beaucoup de résultats n'implique pas forcément une bonne estimation.
- Problème du choix des points.
- Ici: recherche une probabilité de dépassement de seuil → recherche de points proche du seuil.
- Multi-fidélité → Choix du niveaux de fidélité des simulations:
  - Points rapides, mais peu fidèle (100 cm)
  - Points lents, mais précis (20 cm/10 cm)

Compromis à faire.

Conclusion

- Développement d’une méthodologie pour évaluer la conformité d’une sortie d’un code complexe.

- Sortie = choix d’une valeur résumé d’une simulation.
  - La validité de cette valeur n’est pas justifiée dans cette présentation

- Conformité = probabilité que la sortie dépasse son seuil règlementaire + incertitude associée.

- Simulations coûteuses ➔ développement d’un modèle statistique: co-krigeage (krigeage à plusieurs niveaux).

- Fonctionne avec des relations non-linéaires; en plus grande dimension, et avec plus de niveaux.

Perspectives

- Perspectives de la thèse :
  - Calcul de probabilité de défaillance et son incertitude associée;
  - Planification = construction d'une méthode pour choisir automatiquement la meilleure simulation à lancer;
  - Développement informatique : intégration sur le package Small (Octave/Matlab) Toolbox for Kriging (STK);

- Autres pistes étudiées :
  - Question de l'aléa de FDS;
  - Calcul en parallèle;
  - Combinaison de plusieurs sorties de FDS.

Avez-vous des questions?

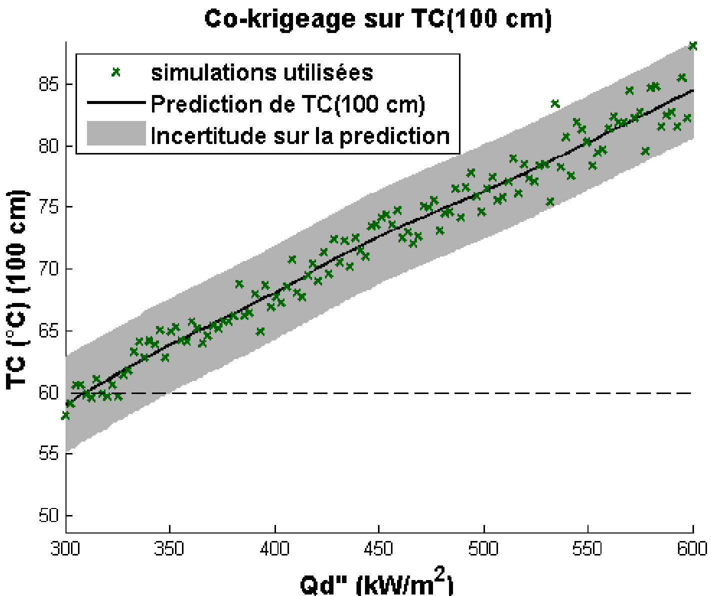
Merci de votre attention.

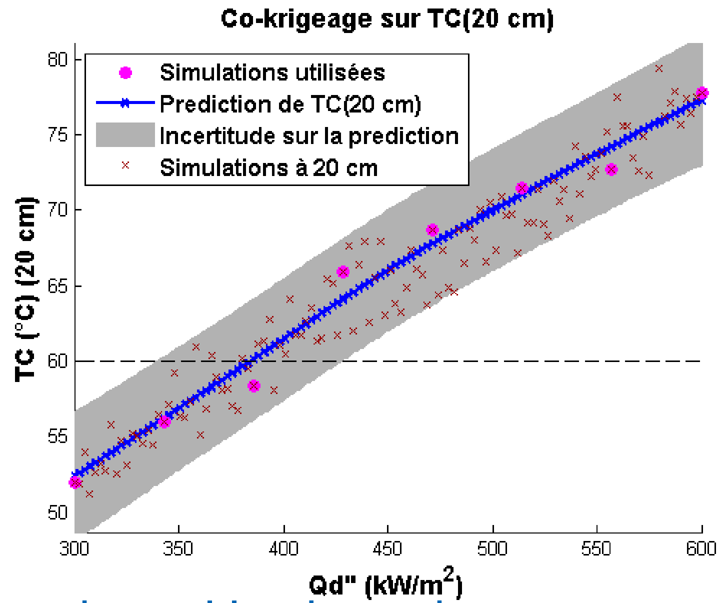
Annexe : le co-krigeage

1. Faire des simulations aux niveaux basses et hautes fidélités;
2. Définir une relation entre les niveaux;
3. En déduire un modèle de co-krigeage;
4. Calibrer le modèle de co-krigeage;
5. Prédire le niveau haute fidélité et son incertitude;

Multi-fidélité (1–3)

Krigeage (4–5)

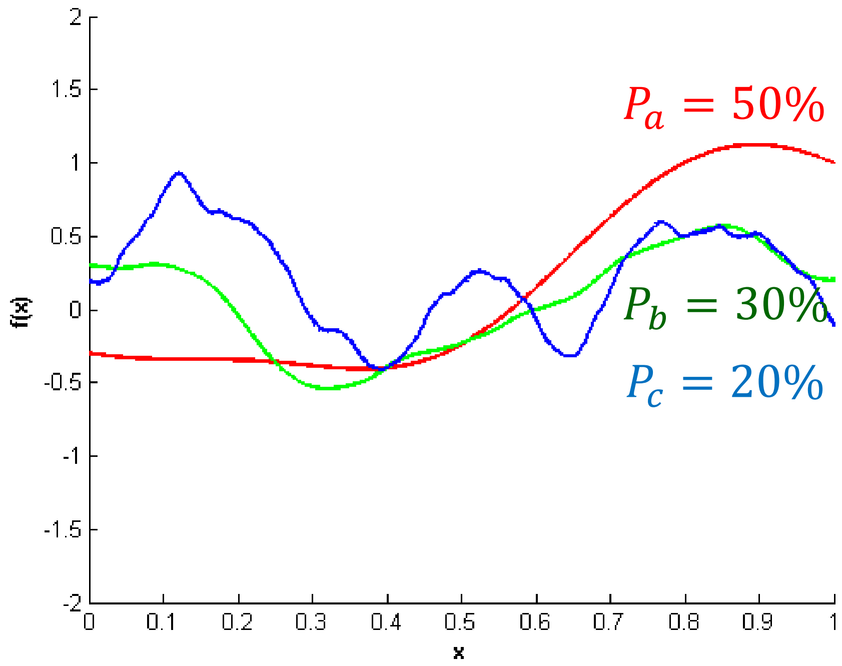




- Les niveaux sont estimés simultanément, mais seul le niveau haute fidélité est retenu.

Le krigeage : introduction

- Prenons un exemple avant de commencer :
  - Soit un simulateur/code/fonction, $y = f(x)$.
  - Cette fonction est inconnue, mais, par des « connaissances extérieures », le nombre de possibilité est limité :
    il y a 50% de chance d'avoir $f_a(x)$
    30% de chance d'avoir $f_b(x)$
    et 20% de chance d'avoir $f_c(x)$.



  - Notons que les possibilités ne sont pas toutes égales.

  - Définition : l'ensemble $\{(f_a(x); P_a), (f_b(x); P_b), (f_c(x);\ P_c)\}$ s'appelle un processus aléatoire.

Le krigeage : fonctions moyenne et écart-type

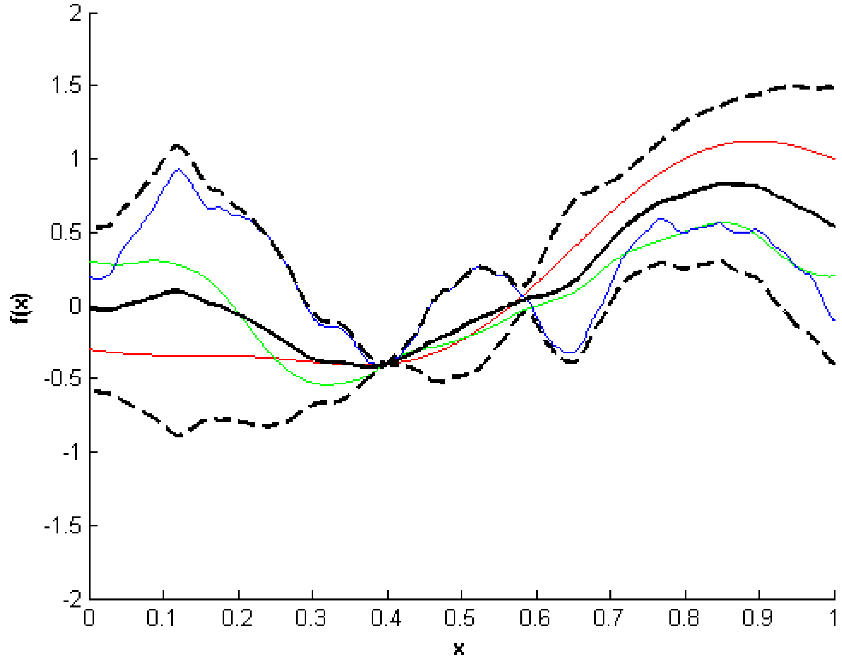
- De ces courbes, une fonction moyenne peut être calculée

$$f_m(x) = P_a \cdot f_a(x) + P_b \cdot f_b(x) + P_c \cdot f_c(x),$$

ainsi qu'une fonction écart-type

$$\begin{aligned} v(x) &= P_a \cdot (f_a(x) - f_m(x))^2 \\ &+ P_b \cdot (f_b(x) - f_m(x))^2 \;, \\ &+ P_c \cdot (f_c(x) - f_m(x))^2 \end{aligned}$$

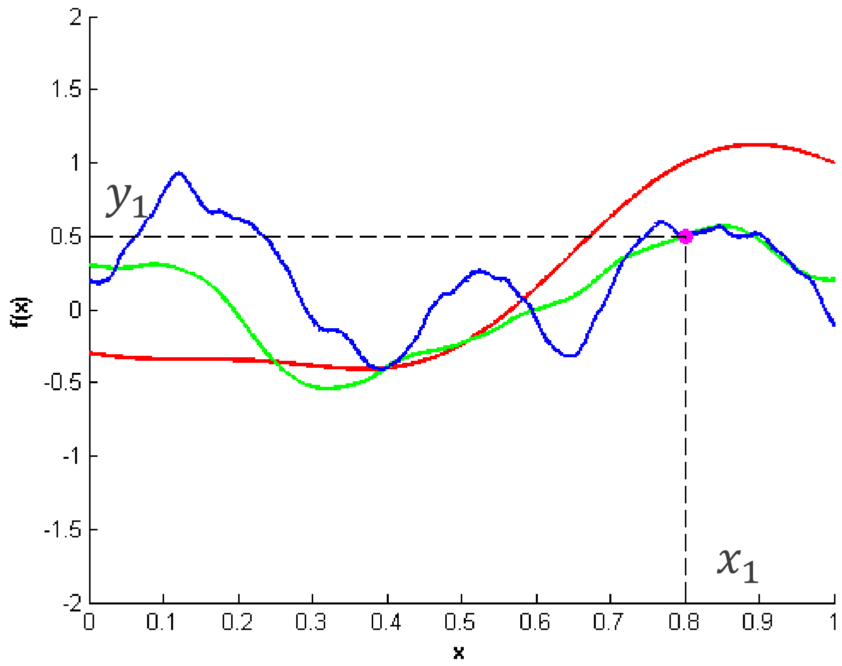
$$\sigma(x) = \sqrt{v(x)}.$$



- Sur le graphique
  en noir continue, f_m;
  en noir pointillé, $f_m \pm 2\sigma$.

Le krigeage : « observations »

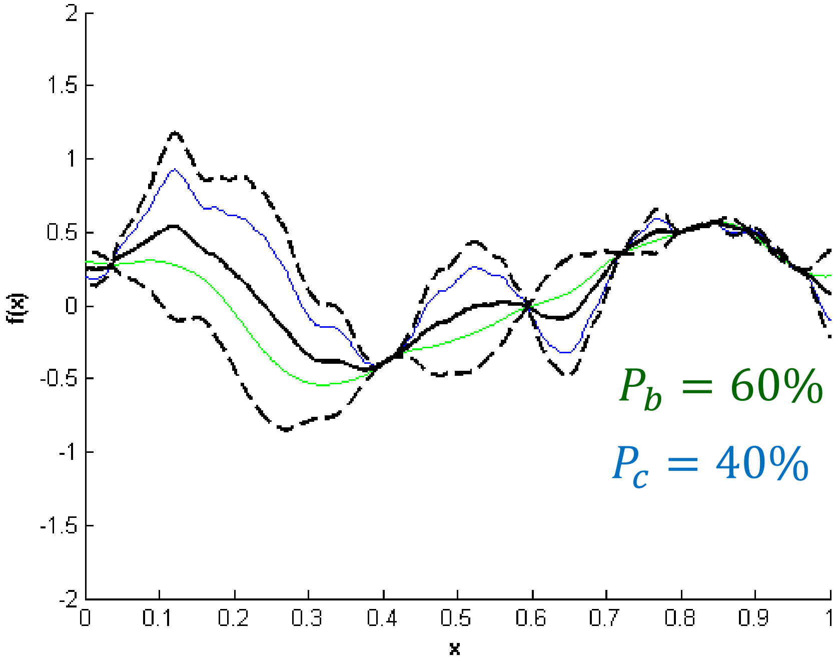
- Supposons que, en plus de savoir que cela ne peut-être qu’une de ces 3 fonctions, une « observation » de notre fonction a été effectuée : (x_1, y_1).
- On sait désormais, que $f(x_1) = y_1$.



- Comme la courbe rouge ne passe pas par ce point, notre fonction ne peut pas être la courbe rouge

➔ on peut donc la supprimer de la liste des courbes possibles.

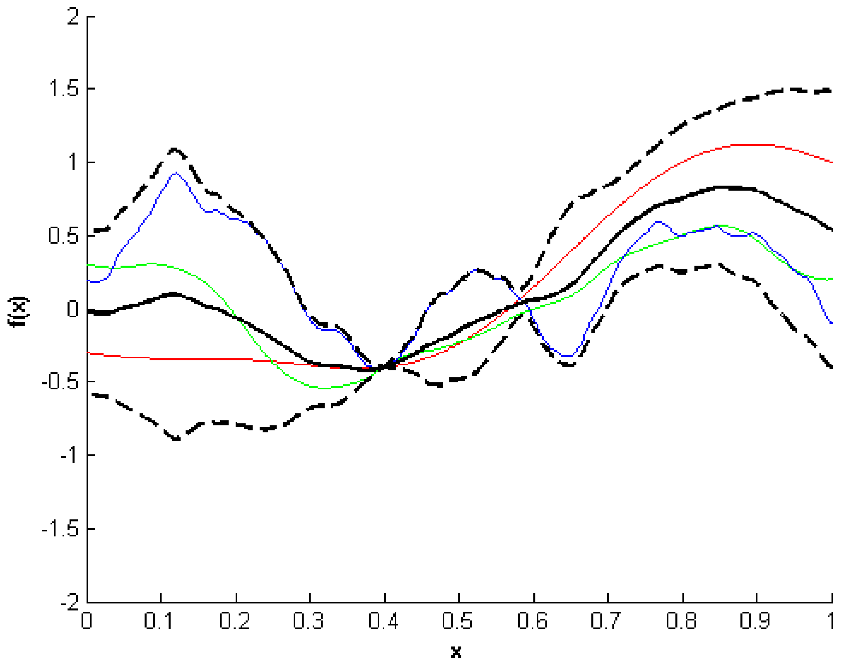
- Les probabilités se redéfinissent:
  $P_a|(x_1, y_1) = 0\%$ (il est impossible que cela puisse être la courbe rouge) ;
  $P_b|(x_1, y_1) = \frac{P_b}{P_b+P_c} = 60\%$;
  $P_c|(x_1, y_1) = \frac{P_c}{P_b+P_c} = 40\%$.
  - $P_a|(x_1, y_1)$: probabilité que ce soit la fonction a, sachant l'observation (x_1, y_1).



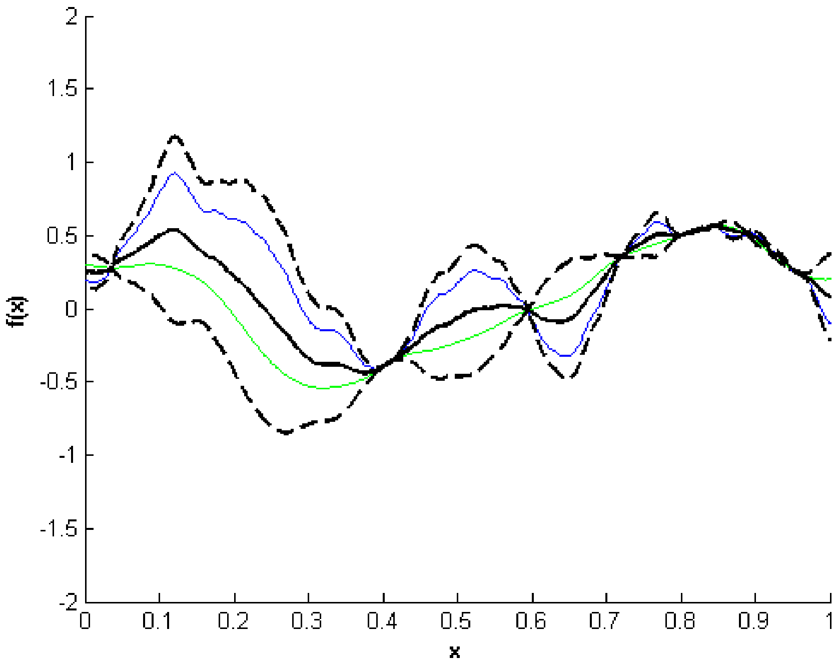
- Les fonctions moyenne et écart-type se recalculent avec ces nouvelles probabilités.

Le krigeage : fin de l'exemple

- Il y a une évolution de la fonction moyenne et de la fonction écart-type.



Avant



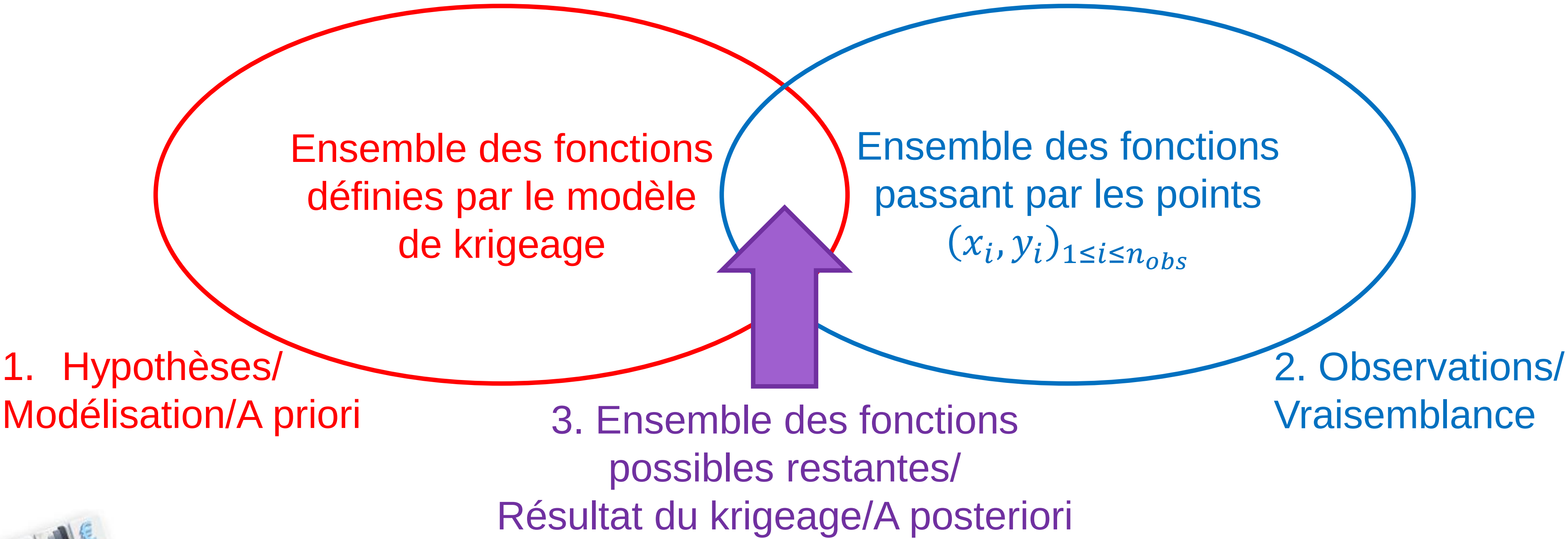
Après

- Le krigeage repose exactement sur ce principe, sauf que la liste des fonctions possibles sera infinie :

Modélisation par processus aléatoire gaussien.

Le krigeage : principe

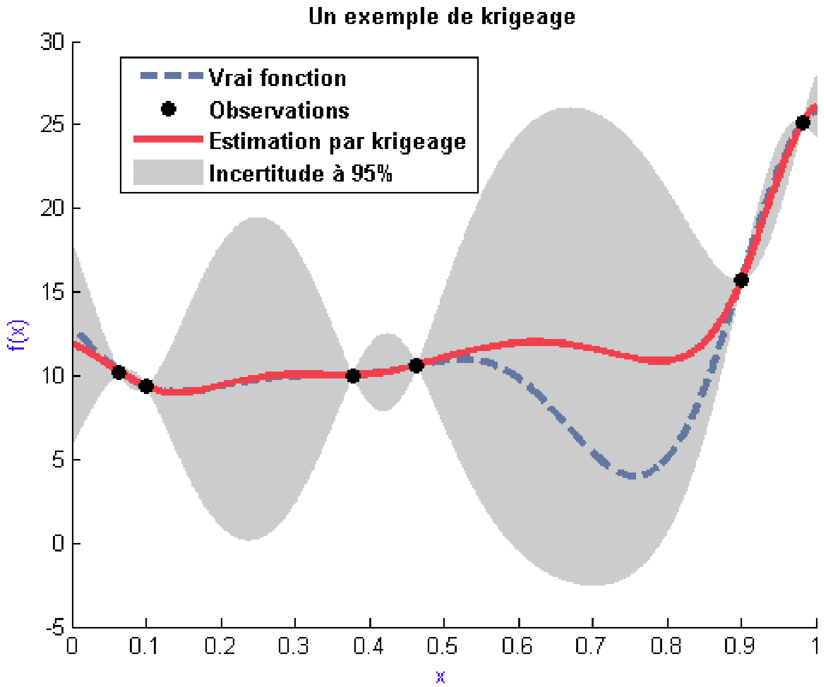
- Utiliser le krigeage repose sur l'algorithme suivant:
  1. Construire un modèle de krigeage ⇔ Faire une modélisation par processus gaussien ⇔ définir la liste (infinie) des fonctions possibles, ainsi que leurs probabilités associées.
  2. Faire des observations $y_i = f(x_i)$.
  3. Appliquer directement les formules du krigeage pour recalculer les nouvelles probabilités.



- $f(x) = \left((6x - 2)^2\right) \cdot \sin(12x - 4) + 10$, sur $[0; 1]$.
- Modélisation: (définition du processus gaussien)
  - Choix d'une covariance de Matérn de régularité $\nu = 5/2$;
  - Moyenne constante;
- Observations : 6 points sur l'intervalle $[0; 1]$.

L'application de la formule du krigeage donne la prédiction en rouge, et l'incertitude en gris.

(Figure générée sous Matlab à l'aide de Small Toolbox for Kriging (S.T.K.)).



Le krigeage : exemple avec bruit

- $f(x) = \left((6x - 2)^2\right) \cdot \sin(12x - 4) + 10$, sur $[0;1]$, avec un bruit d'écart-type $s = 3$.
- Modélisation : (définition du processus gaussien)
  - Choix d'une covariance de Matérn de régularité $\nu = 5/2$;
  - Moyenne constante;
  - Bruit supposé identique non nul sur la totalité de l'intervalle.
- Observations : 20 points sur l'intervalle $[0;1]$.

On constate que la prédiction tient compte de la présence du bruit et ne passe plus forcément par les observations