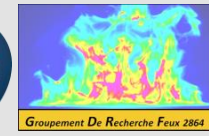


Optimisation de paramètres pour les modèles « incendies »

Benjamin BATIOT, Institut Pprime, Université de Poitiers

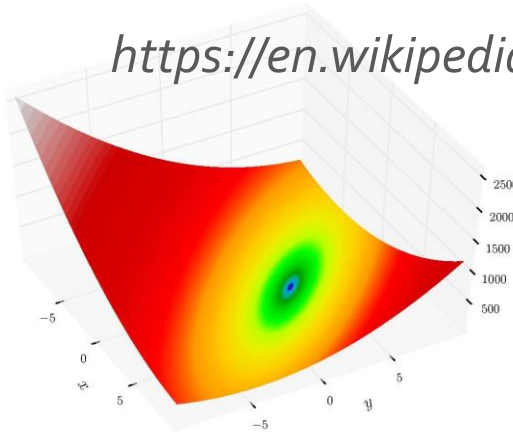
Anthony COLLIN, LEMTA, Université de Lorraine



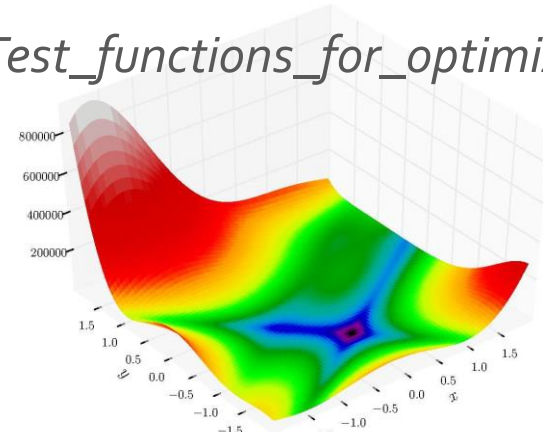
Cas tests utilisés

Définitions de fonctions « coût » à tester :

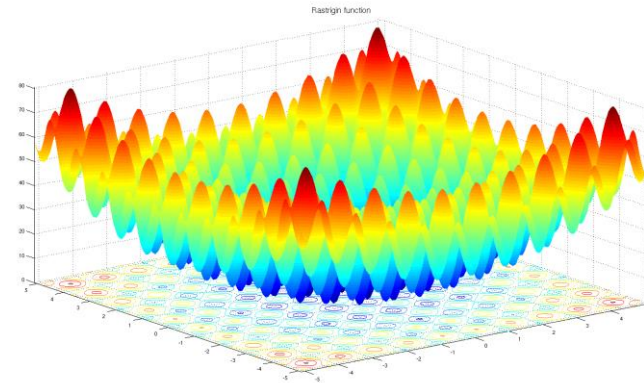
https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization



« Booth function »



« Glodstein price function »

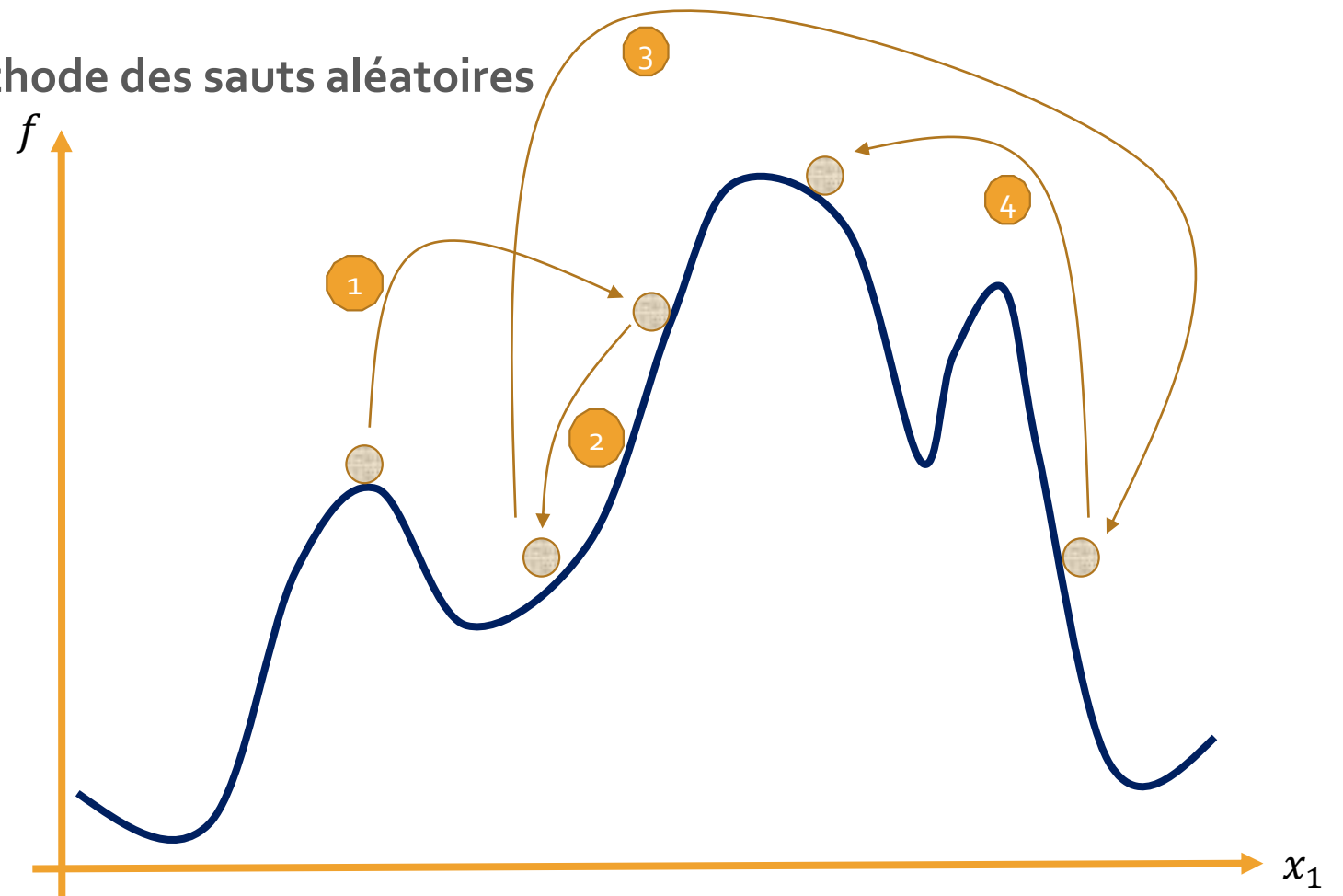


« Rastrigin function »

METHODE DES SAUTS ALEATOIRES

Méthode des sauts aléatoires

Méthode des sauts aléatoires



Méthode des sauts aléatoires

Méthode des sauts aléatoires

- Soit $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ le vecteur de paramètres recherchés dont les composantes sont bornées par $l_i \leq x_i \leq u_i, \forall x_i \in \llbracket 1, n \rrbracket$;
- Soit \mathbf{r} un vecteur de variables aléatoires, défini par $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}$ où r_i est uniformément distribuée sur $[0,1]$;
- A chaque vecteur \mathbf{r} , on associe un vecteur \mathbf{x} par,
$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} l_1 + r_1(u_1 - l_1) \\ \vdots \\ l_n + r_n(u_n - l_n) \end{bmatrix}$$
- La recherche du jeu de paramètres optimum \mathbf{x}^* s'obtient par,
$$\mathbf{x}^* = \arg[\min(f(\mathbf{x}))]$$

Méthode des sauts aléatoires

Fonction Test pour l'optimisation : « Rosenbrock function »

Nb de paramètres : 4

Définition : $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2]$

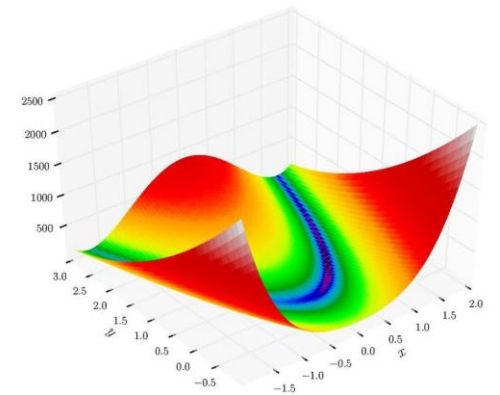
Domaines de définition : $-10 \leq x_i \leq 10$

Solution : $\mathbf{x}^* = (1, \dots, 1)$

Nb d'itérations : 1 000

Couple optimum : $\mathbf{x}^* = (2,00 ; 1,26 ; 0,34 ; 0,36)$

Fonction coût : $f(\mathbf{x}^*) = 924,10$



ALGORITHME D'ESSAIS PARTICULAIRES

Algorithmes par essaims de particules

- Les algorithmes PSO appliquent le concept d'interaction social entre individu pour résoudre un problème d'optimisation ;



- L'approche a été développée en 1995 par J. Kennedy et R. Eberhart
J. Kennedy and R. Eberhart, Particle Swarm Optimization,
Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural
Networks, pp. 1942-1948, IEEE Press.

Algorithmes par essaims de particules

- L'algorithme PSO est relativement simple mais constitue une technique assez puissante pour procéder à une recherche de paramètres.
- L'algorithme PSO considère un essaim de n individus.
- Chaque individu de l'essaim communique soit directement ou indirectement avec un autre congénère,

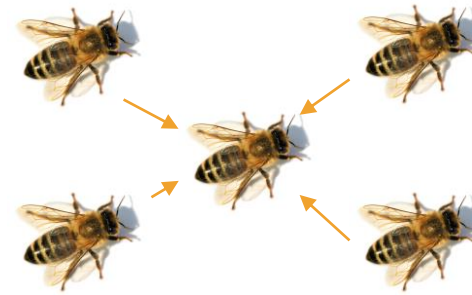


Notion de groupe d'informatrices

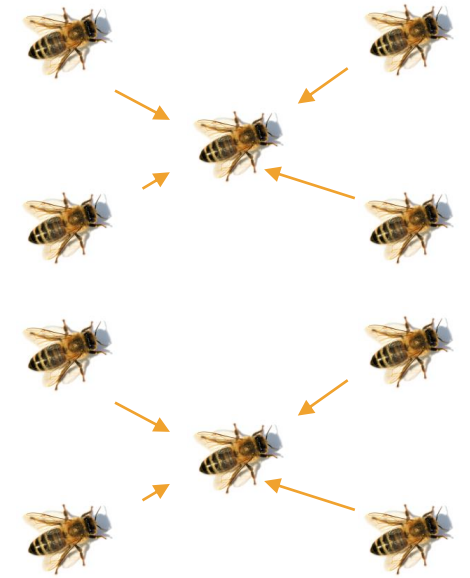
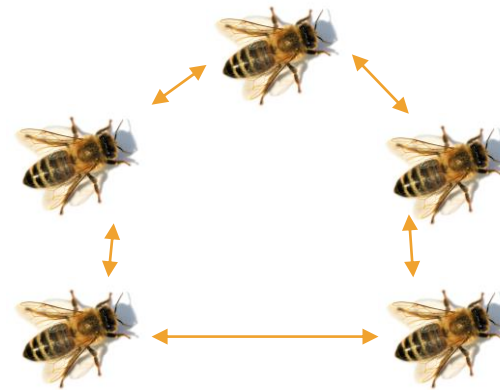
Algorithmes par essaims de particules

- Topologie du réseau d'informatrices,

- Réseau en étoile



- Réseau en O



Algorithmes par essaims de particules



- Un individu, noté i , est composé de :
 - 4 vecteurs,
 - La position courante de l'individu dans l'espace des phases, x_i ,
 - La meilleure position découverte par l'individu dans l'espace des phases, p_i ,
 - La meilleure position connue par les informatrices de l'individu, p_{gi} ,
 - La vitesse courant de l'individu, v_i ,
 - 3 scalaires,
 - La fonction coût courant de l'individu,
 - La fonction coût de la meilleure position découverte par l'individu,
 - La fonction coût de la meilleure position découverte par le groupe d'informatrices.

Algorithmes par essaims de particules

- Dans un algorithme PSO, les particules ne meurent jamais et continuent indéfiniment à scruter l'espace des phases.
- Les particules peuvent être vues comme des simples agents qui "volent" à travers l'espace des phases et elles enregistrent et communiquent leur meilleure position qu'elles ont découverte.

$$\begin{array}{c} \text{Inertie} \qquad \text{Cognition} \qquad \text{Social} \\ \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v}_i^{t+1} = \varphi_0 \mathbf{v}_i^t + \varphi_1 (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i^t) + \varphi_2 (\mathbf{p}_{gi} - \mathbf{x}_i^t) \\ \mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \end{array} \right. \end{array}$$

Algorithmes par essaims de particules

- Pour J. Kennedy et R. Eberhart,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i^{t+1} = \varphi_0 \mathbf{v}_i^t + \varphi_1 (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i^t) + \varphi_2 (\mathbf{p}_{gi} - \mathbf{x}_i^t) \\ \mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \end{cases}$$

Avec, $\varphi_1 = C_1 R$ et $\varphi_2 = C_2 R$, où R est un nombre aléatoire entre $[0,1]$.

φ_0 , φ_1 et φ_2 peuvent être identiques pour l'ensemble des individus ou définis pour chaque particule.

- Différents comportements,
 - Modèle complet, $\varphi_1 > 0$ et $\varphi_2 > 0$
 - Modèle purement cognitif, $\varphi_1 > 0$ et $\varphi_2 = 0$
 - Modèle purement social, $\varphi_1 = 0$ et $\varphi_2 > 0$
 - Modèle de particules désintéressées, $\varphi_1 = 0$ et $\varphi_2 > 0$ et $g \neq i$

Algorithmes par essaims de particules

- Modèle à programmer,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i^{t+1} = \varphi_0 \mathbf{v}_i^t + C_1 R(\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i^t) + C_2 R(\mathbf{p}_{gi} - \mathbf{x}_i^t) \\ \mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \end{cases}$$

Avec comme paramètres,

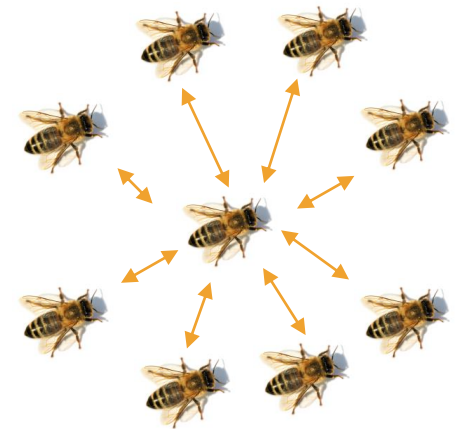
$$\varphi_0 = 0,6$$

$$C_1 = C_2 = \frac{(\varphi_0 + 1)^2}{2}$$

Et comme conditions d'initialization,

$$\mathbf{v}_i^0 = R(\mathbf{v}_{max} - \mathbf{v}_{min}) + \mathbf{v}_{min}$$

$$\text{Et } \mathbf{v}_{max} = -\mathbf{v}_{min} = \frac{\mathbf{x}_{max} - \mathbf{x}_{min}}{2}$$



Limite de domaine

