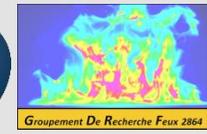


Ecole Sciences des Incendies et Applications  
Obernai, 27 Mai – 1<sup>er</sup> Juin 2018

# Transfert de chaleur (et de masse)

Pascal Boulet (LEMMA UMR 7563)

Bernard Porterie (IUSTI UMR 7343)



# Partie I (P.Boulet – 1h30): Introduction au transfert de chaleur dans le cadre des applications aux incendies

- 1. Introduction aux modes de transfert (mécanismes, rôles, modèles, difficultés)**
- 2. Les bases en conduction**
- 3. Les bases en convection**
- 4. Introduction au rayonnement thermique**
- 5. Illustration**
- 6. Retour sur le problème spécifique du rayonnement**

# Partie II (B.Porterie – 1h30): Comprendre le rayonnement dans un Milieu Semi-Transparent par la méthode de Monte Carlo (MMC)

## 1. Définition d'un MST

## 2. Présentation de la MMC

## 3. Notions mathématiques

## 4. Mise en œuvre de la MMC

Distance parcourue avant évènement d'absorption ou diffusion, émission à partir d'une paroi, à partir du milieu, absorption, diffusion, réflexion par une paroi

## 5. Algorithme général de la MMC

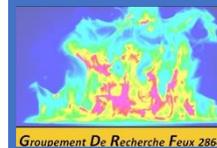
## 6. Exemples d'applications

Milieu à température imposée

Milieu à l'équilibre radiatif

Rayonnement reçu par une cible dans une enceinte 2D

Rayonnement d'une flamme vers une surface



## Introduction et bases...



# Introduction aux modes de transfert – Illustration

## Combustion d'un échantillon de PMMA

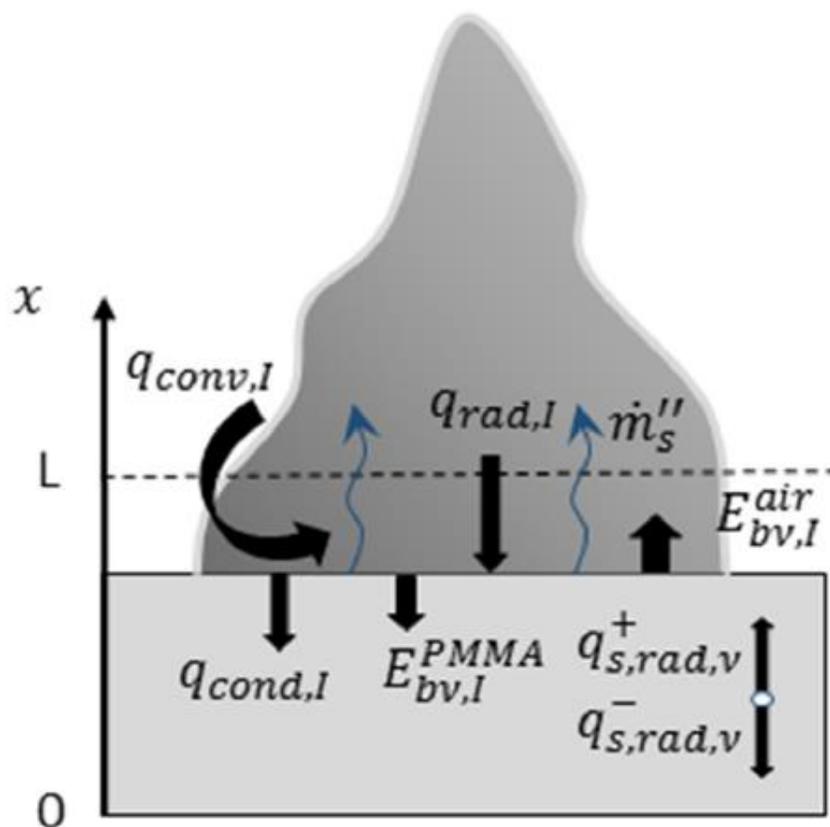


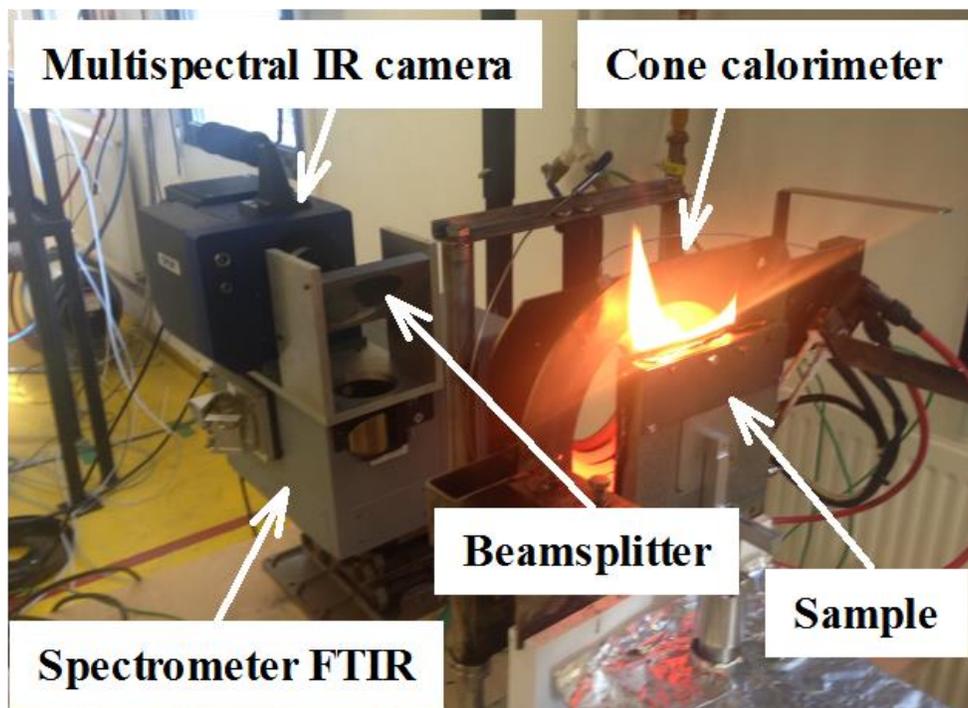
Fig. 1. Physical model, showing the various mass and heat transfer components involved at the burning surface of the slab of clear PMMA.

**Ce qu'observe le thermicien:**

- Transferts couplés
- Conduction (phase condensée)
- Convection (phase gazeuse)
- Rayonnement (flamme et phase condensée)
- Termes sources ou puits (Changements d'états Réactions de combustion)
- 1D? 3D? Stationnaire / Instationnaire?

# Introduction aux modes de transfert – 2<sup>ème</sup> Illustration

## Etude de la dégradation des matériaux



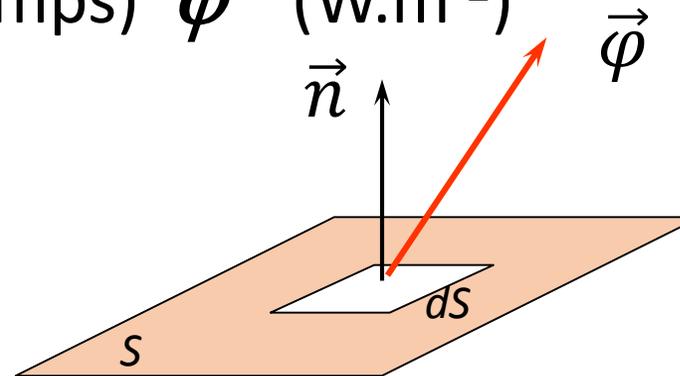
### Ce qu'observe le thermicien:

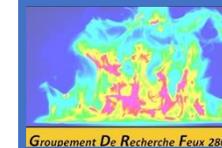
- Transferts couplés Conduction / Rayonnement
- + Convection aux CLs
- Problème de rayonnement spectral
- Termes sources de dégradation
- 1D (?) Instationnaire
- Propriétés du matériau? ...variables?

# Les grandeurs fondamentales en thermique

- La température (grandeur scalaire)  $T(x,y,z,t)$  / Unité K (kelvin)  
Liée au niveau d'agitation thermique du milieu
- Le flux ou plutôt la densité de flux (quantité de chaleur qui traverse un élément de surface par unité de temps)  $\vec{\varphi}$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ )

$$\Phi = \int_S \vec{\varphi} \cdot \vec{n} dS$$





# Les bases en conduction (1)

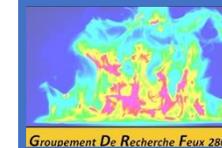
- La conduction : un processus diffusif (contact, agitation microscopique)

- Loi de Fourier

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T}$$

$\lambda$  (W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>) : CONDUCTIVITE THERMIQUE

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix}$$



# Les bases en conduction (1)

- La conduction : un processus diffusif (contact, agitation microscopique)

- Loi de Fourier

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T}$$

$\lambda$  (W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>) : CONDUCTIVITE THERMIQUE

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix}$$

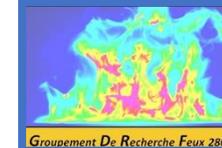
- Point de vigilance :  $\lambda$  scalaire? constant? isotrope? *équivalent*?

Difficulté: changement « d'aspect » du milieu, dégradation

Nbx matériaux composites, hétérogènes, multi-composants

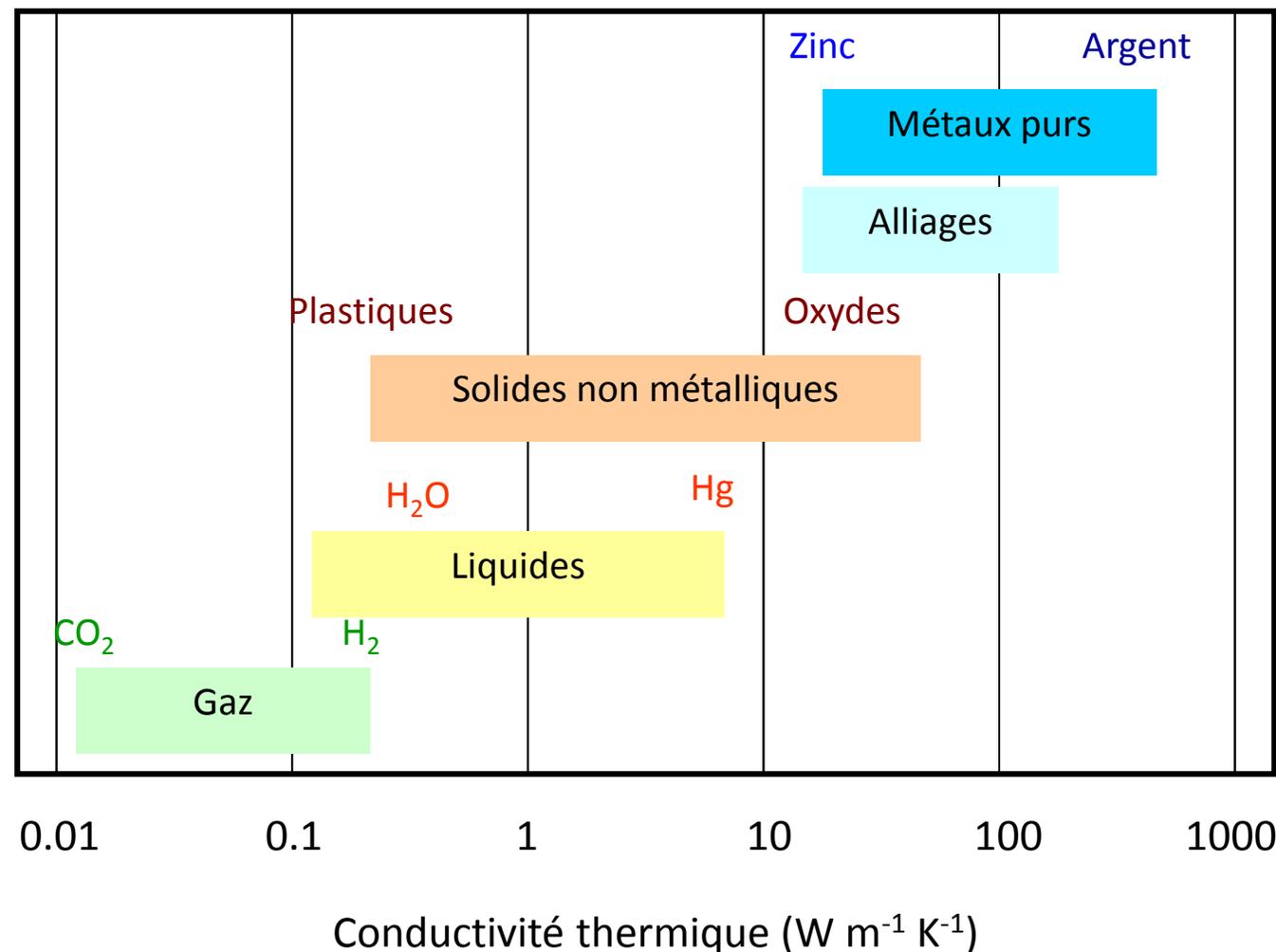
Exemple 2D milieu orthotrope

$$\overline{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{pmatrix} \quad \vec{\varphi} = \begin{pmatrix} -\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \\ -\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix}$$



# Les bases en conduction (2)

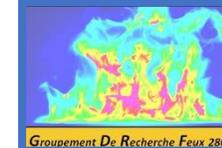
- La conductivité thermique  $\lambda$  ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )



Mesurer?  
Identifier?  
Tables?  
Modèles pour les multi-composants?

Souvent dépendant du modèle  
Souvent « grandeur équivalente »  
Parfois fonction de la température

Etude de sensibilité nécessaire



# Les bases en conduction (3)

- Equation de la conduction (bilan d'énergie sur un élément de volume)

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div}(\vec{\varphi}) + p$$

Evolution temporelle

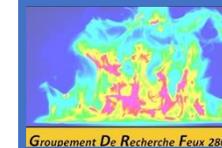
Bilan aux interfaces Sources internes

$\rho$  : Masse volumique ( $\text{kg m}^{-3}$ )

$C$  : Capacité thermique ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$\lambda$  : Conductivité thermique ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$p$  : Source interne ( $\text{W m}^{-3}$ )



# Les bases en conduction (3)

- Equation de la conduction (bilan d'énergie sur un élément de volume)

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div}(\vec{\varphi}) + p$$

Evolution temporelle

Bilan aux interfaces Sources internes

$\rho$  : Masse volumique ( $\text{kg m}^{-3}$ )

$C$  : Capacité thermique ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

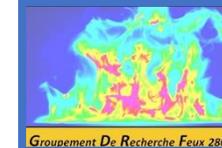
$\lambda$  : Conductivité thermique ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$p$  : Source interne ( $\text{W m}^{-3}$ )

Si  $\lambda$  est constant:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + P$$

- + Conditions aux limites (préciser la température ou le flux échangé)
- + Condition initiale (généralement température supposée connue) <sup>12</sup>



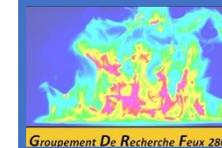
## Les bases en conduction (4)

- Exemple en 1D instationnaire,  $\lambda$  supposée constante:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P$$

(parfois écrit avec la diffusivité thermique  $a$  en  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )

$$a = \frac{\lambda}{\rho C}$$



# Les bases en conduction (4)

- Exemple en 1D instationnaire,  $\lambda$  supposée constante:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P \quad (\text{parfois écrit avec la diffusivité thermique } a \text{ en } \text{m}^2 \text{ s}^{-1})$$
$$a = \frac{\lambda}{\rho C}$$

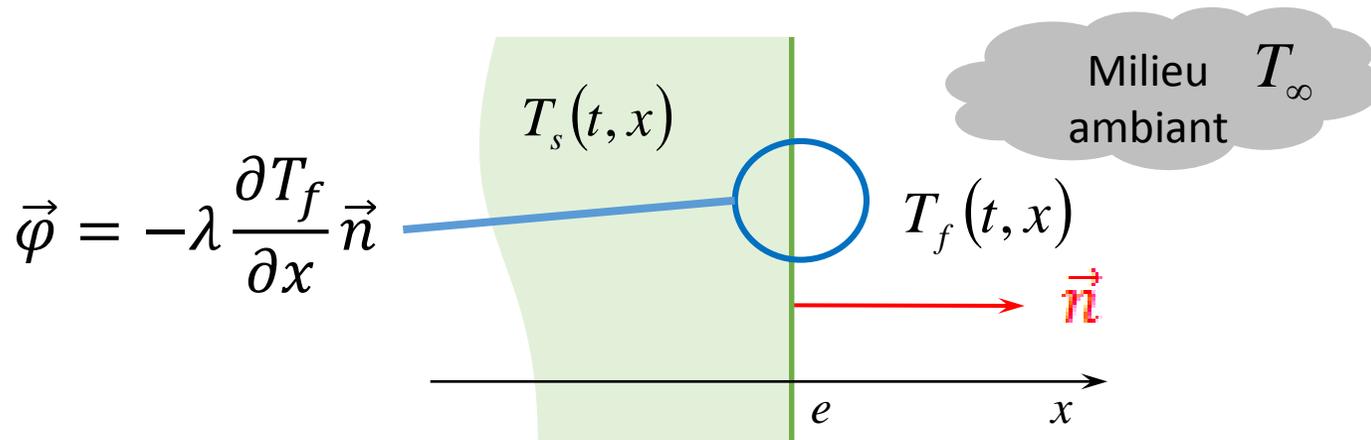
Méthodes de résolution classiques: séparation de variables, transformation de Laplace... mais cela se complique si les propriétés ou les CL sont non constantes... reste le numérique...

$$R_{\text{int}} = \frac{e}{\lambda S}$$

Attention: utilisation des analogies électriques basées sur le concept de résistance thermique – suppose une situation 1D stationnaire sans source

# Les bases en convection (1)

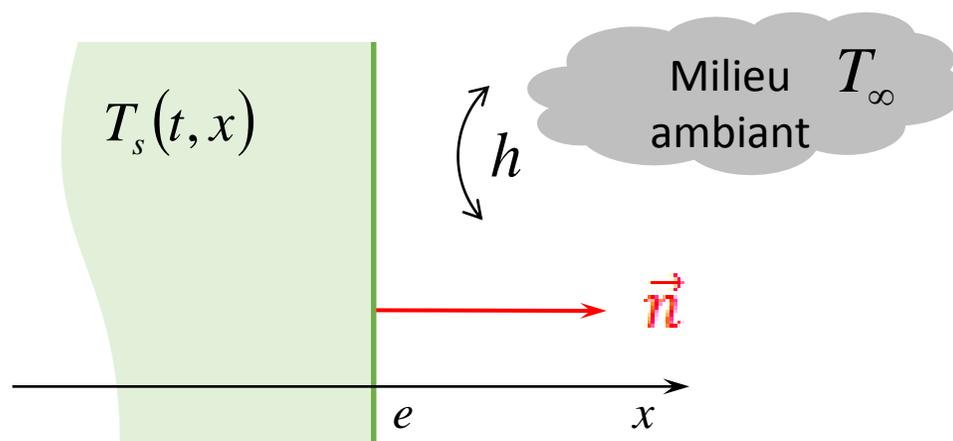
- Echange fluide (en mouvement) / solide - **Notion de transport**
- Il faudrait résoudre le problème côté fluide, déterminer  $T_{\text{fluide}}$  et appliquer la loi de Fourier... pbe complexe! Possible numériquement...



... ou alors...

# Les bases en convection (1)

- Adopter une approche plus macroscopique, avec utilisation de coefficients d'échange et de méthodes semi-empiriques



Loi de Newton

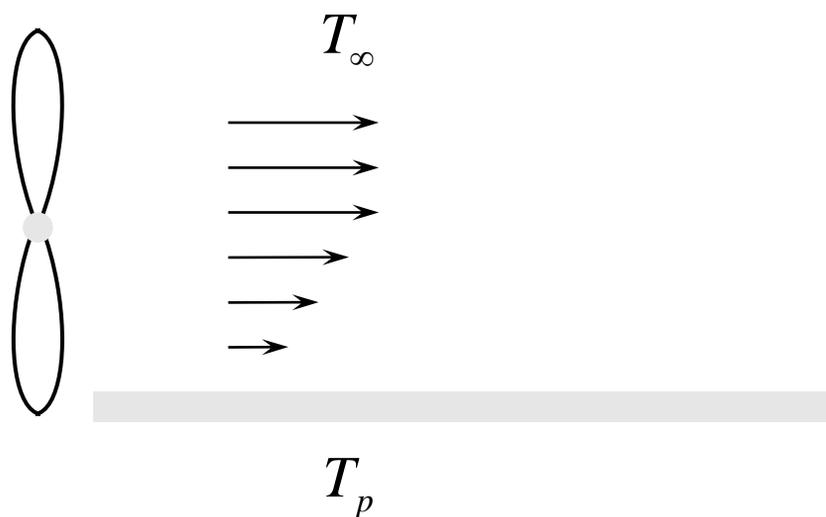
$$\varphi_{\text{convection}} = h(T_{\text{paroi}} - T_{\infty})\vec{n}$$

$h$  : coefficient d'échange ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ) se définit comme le rapport densité de flux échangé / différence de température caractéristique

# Les bases en convection (2)

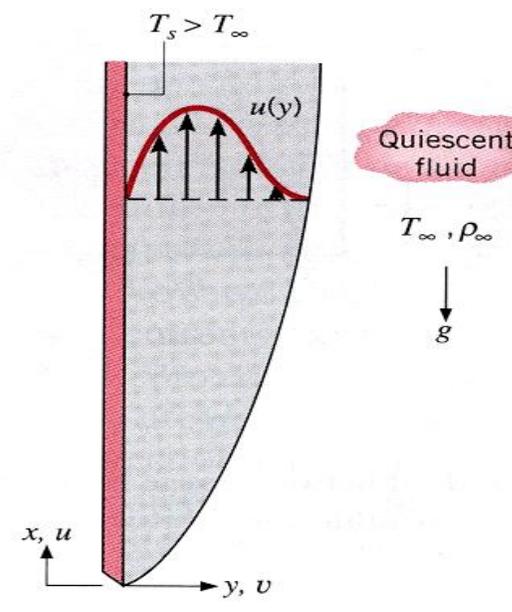
- Les deux situations clés : convection forcée / naturelle

## Mouvement de convection forcée

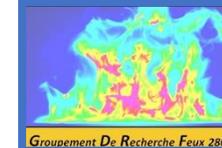


Le fluide est mis en mouvement par un système mécanique

## Mouvement de convection naturelle

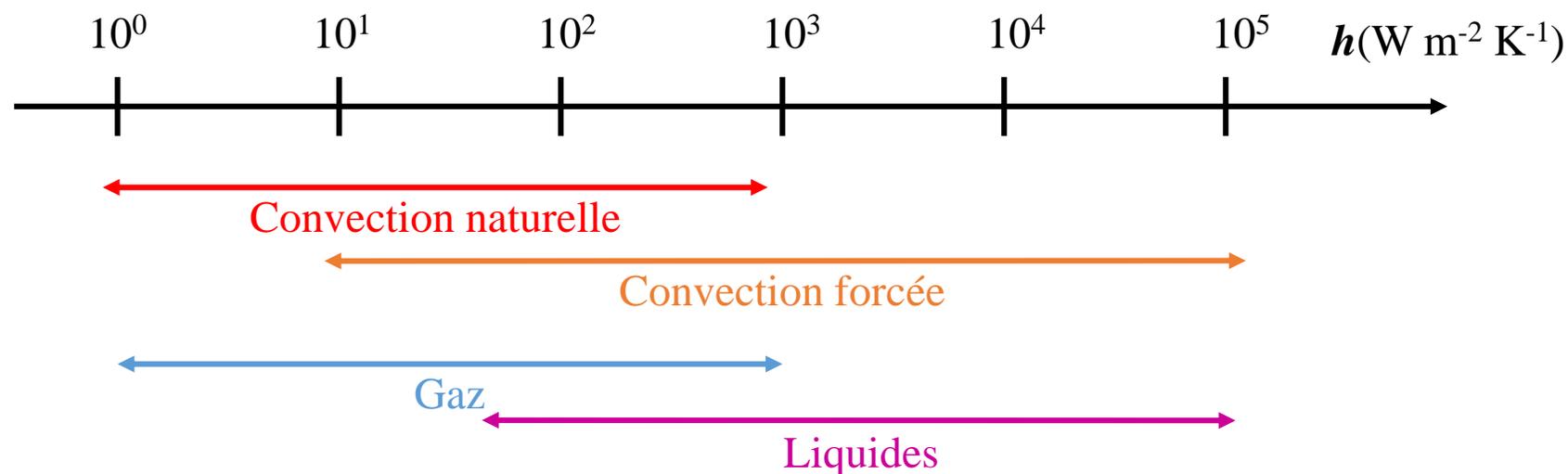


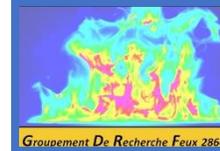
Le fluide est mis en mouvement par la variation de sa masse volumique avec  $T$



# Les bases en convection (3)

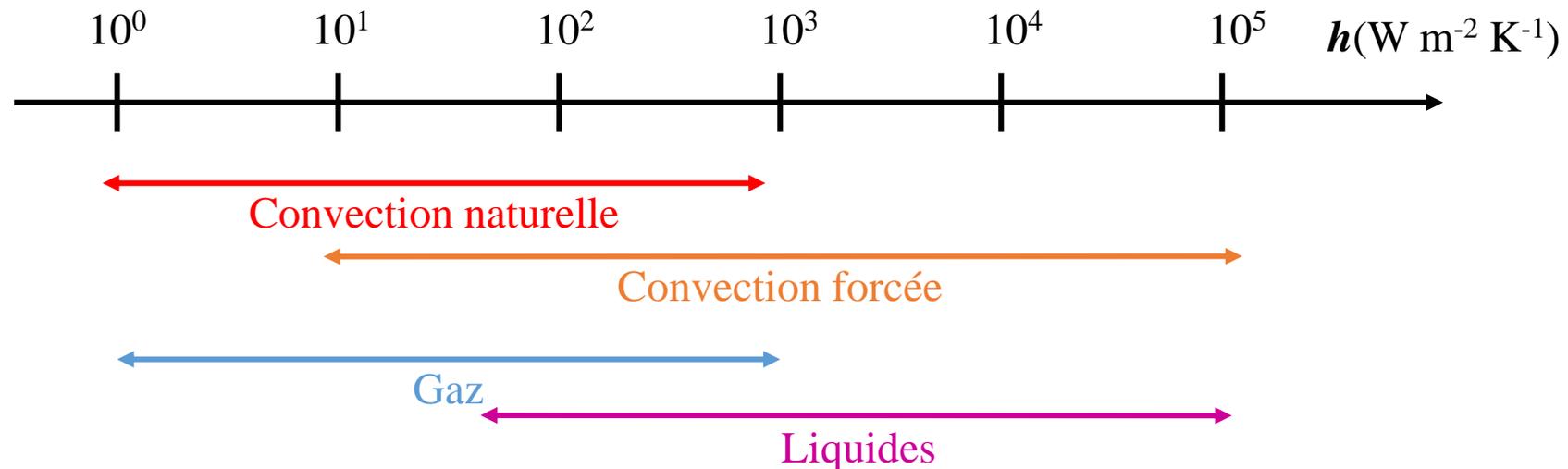
- Le coefficient d'échange  $1 \leq h \leq 10^5 \text{ (W m}^{-2} \text{K}^{-1}\text{)}$



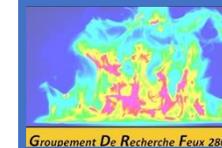


# Les bases en convection (3)

- Le coefficient d'échange  $1 \leq h \leq 10^5 \text{ (W m}^{-2} \text{K}^{-1})$



Dépend des conditions, du fluide, de la géométrie, **de la vitesse du fluide** ... ce qui complique le problème, le transfert de chaleur devant être *couplé à la mécanique des fluides* (conservation masse, qté de mvt, modèle de turbulence... devient vite compliqué... ou simple vitesse de référence...) 19



# Les bases en convection (4)

- Méthode classique pour évaluer  $h$  : utilisation de relations semi-empiriques entre nombres sans dimensions, caractéristiques de l'écoulement et du fluide

## Convection forcée

$$Nu = f(Re, Pr)$$

$$Nu = \frac{hL}{\lambda}$$

$$Re = \frac{VL}{\nu}$$

$$Pr = \frac{\mu C}{\lambda}$$

## Convection naturelle

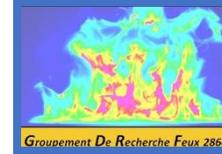
$$Nu = f(Gr, Pr)$$

$$Nu = \frac{hL}{\lambda}$$

$$Gr = \frac{g\beta L^3 \Delta T_{ref}}{\nu^2}$$

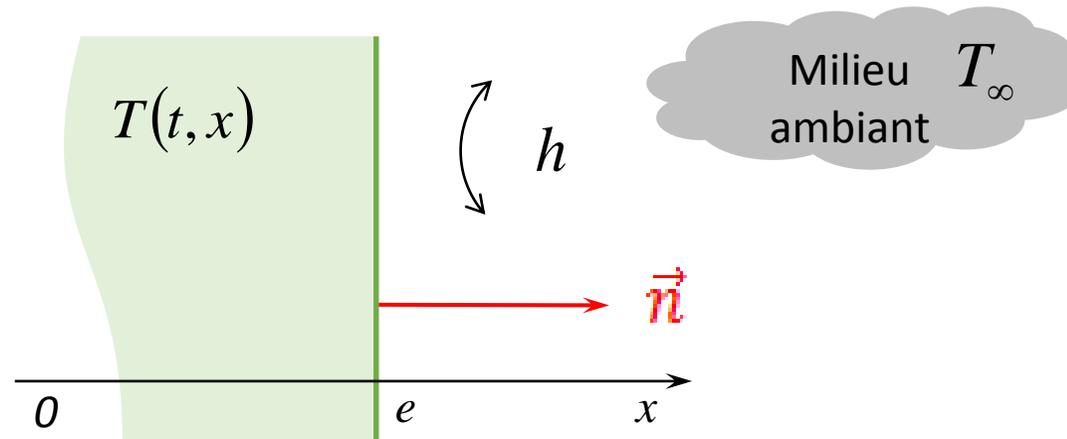
$$Pr = \frac{\mu C}{\lambda}$$

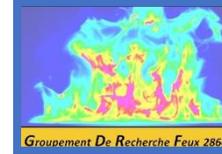
Propriétés évaluées à la température de film  $T_{film} = (T_p + T_{ref})/2$



# Remarque ... notion de milieu thermiquement fin / épais

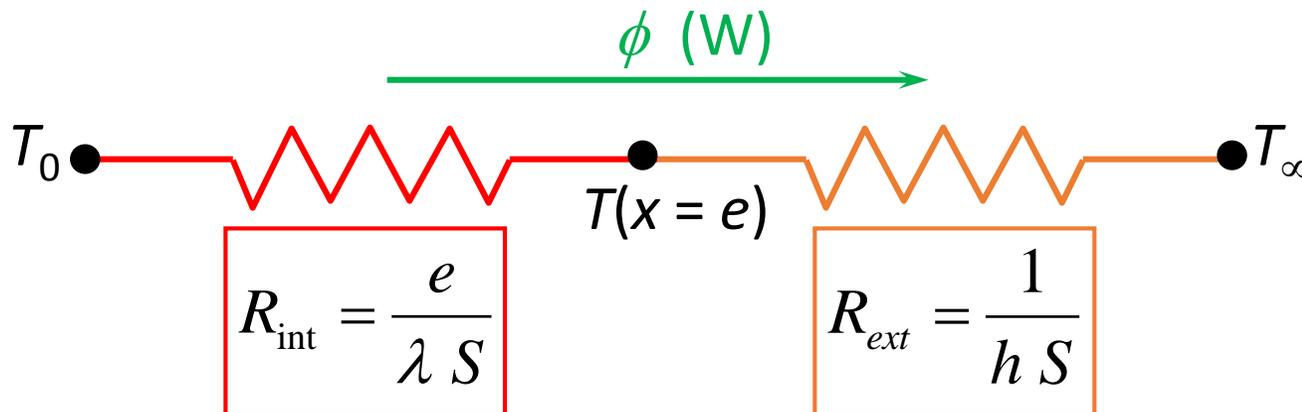
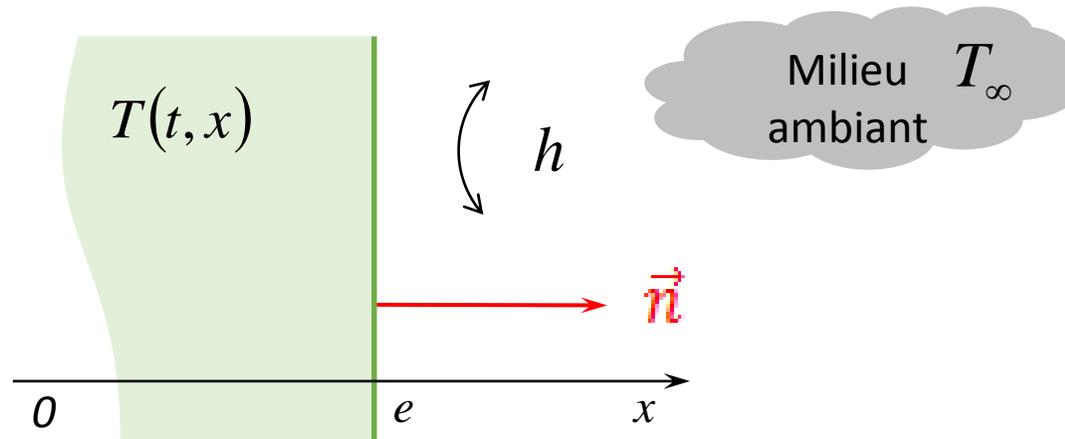
Revenons sur le cas du mur avec échange convectif en surface





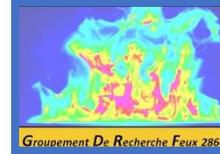
# Remarque ... notion de milieu thermiquement fin / épais

Revenons sur le cas du mur avec échange convectif en surface



Analogie électrique :

$$\phi = \frac{T_0 - T_\infty}{R_{int} + R_{ext}}$$

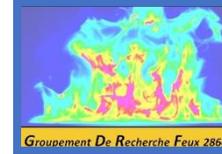


# Remarque ... notion de milieu thermiquement fin / épais

Rapport des deux résistances : nombre de Biot

$$Bi = \frac{R_{int}}{R_{ext}} = \frac{he}{\lambda} = \frac{(T_0 - T_e)}{(T_e - T_\infty)}$$

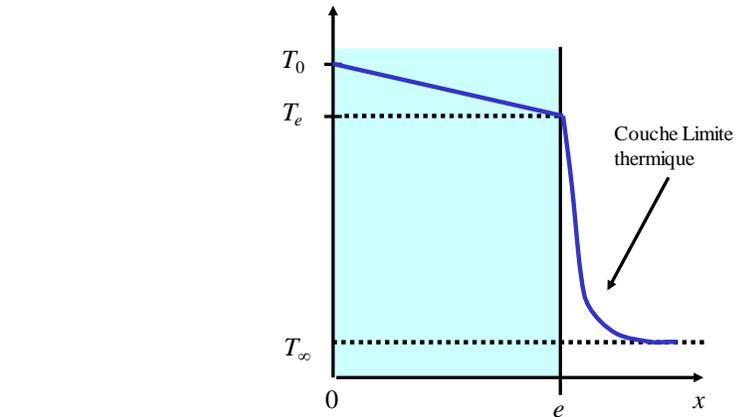
Attention!!!  $\lambda_{solide}$



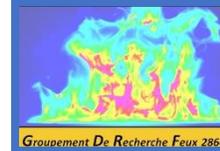
# Remarque ... notion de milieu thermiquement fin / épais

Rapport des deux résistances : nombre de Biot

$$Bi = \frac{R_{int}}{R_{ext}} = \frac{he}{\lambda} = \frac{(T_0 - T_e)}{(T_e - T_\infty)}$$



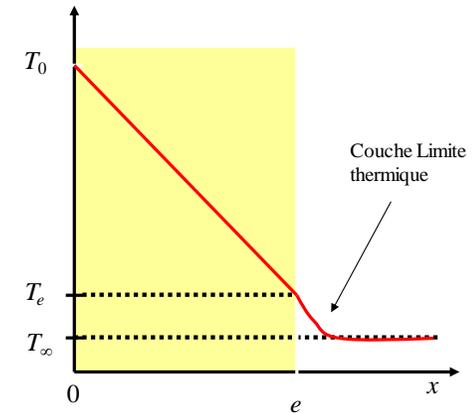
$Bi$  « petit » ( $h$  petit, ou milieu très bon conducteur, ou de petite épaisseur)  
... la conduction domine les échanges, le milieu est « presque » isotherme...  
... il est *thermiquement fin*!



## Remarque ... notion de milieu thermiquement fin / épais

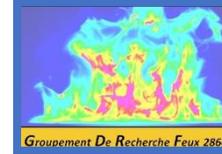
Rapport des deux résistances : nombre de Biot

$$Bi = \frac{R_{int}}{R_{ext}} = \frac{he}{\lambda} = \frac{(T_0 - T_e)}{(T_e - T_\infty)}$$



*Bi* « petit » (*h* petit, ou milieu très bon conducteur, ou de petite épaisseur)  
... la conduction domine les échanges, le milieu est « presque » isotherme...  
... il est *thermiquement fin*!

*Bi* « grand » (*h* grand, ou milieu peu conducteur, ou semi-infini)  
... le milieu ne peut être supposé isotherme (même si l'épaisseur est faible),  
il est *thermiquement épais* et le pbe de conduction doit être résolu  
... éventuellement on peut considérer un saut de température en surface...



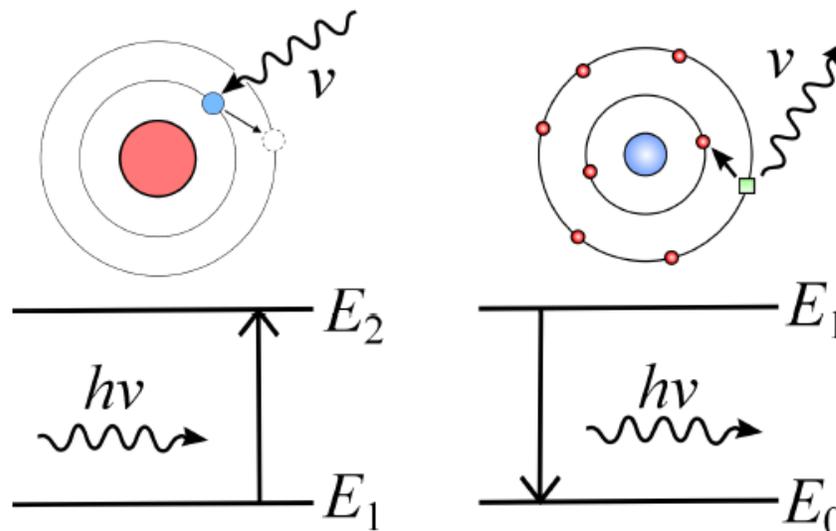
# Les bases en rayonnement thermique (1 - mécanisme)

Transfert de chaleur lié aux ondes électromagnétiques ... même à travers le vide

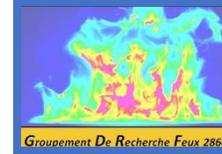
## ABSORPTION ET ÉMISSION DE RAYONNEMENT

Interaction du rayonnement avec un atome  $\Rightarrow$  2 mécanismes :

- ▶ absorption d'un photon d'où augmentation d'énergie interne (transition électronique, rotation, vibration)
- ▶ ... ou effet inverse : émission spontanée d'où une perte d'énergie



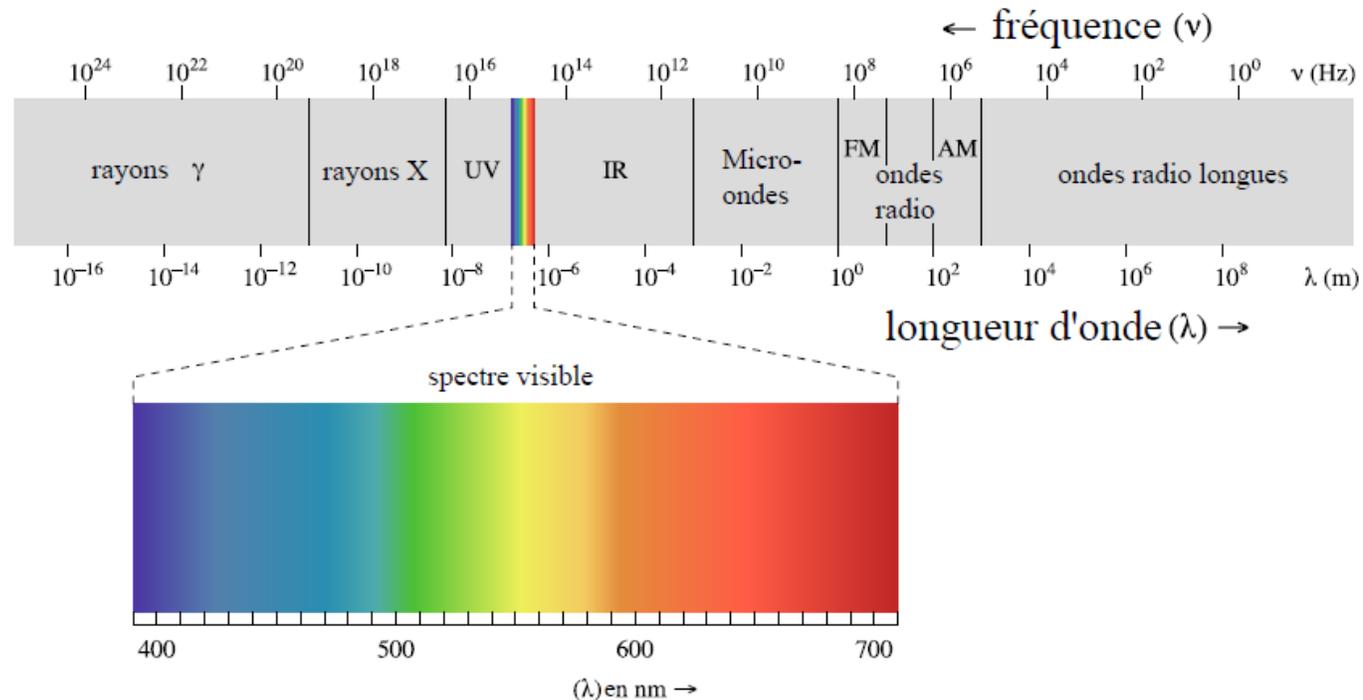
- ▶ Des niveaux d'énergie discrets  $h\nu$
- ▶  $h$  la constante de Planck,  $6.626\ 08 \times 10^{-34}$  J · s
- ▶  $\nu$  la fréquence

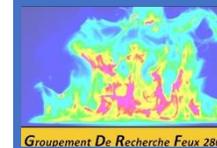


# Les bases en rayonnement thermique (2 - spectral)

## Notion de longueur d'onde

La nature électromagnétique du rayonnement et sa caractérisation à l'aide de la fréquence ou de la longueur d'onde font qu'il est possible d'identifier des domaines spectraux caractéristiques de certains rayonnements





# Les bases en rayonnement thermique (3 - émission)

Notion de corps – Loi de Planck – Ecrire l'émission de rayonnement

Le corps noir: absorbeur parfait / émetteur parfait

## loi de Planck

$$E_{b\nu}(T) = \frac{2\pi n^2 h\nu^3}{c_0^2 [\exp(h\nu/kT) - 1]}$$

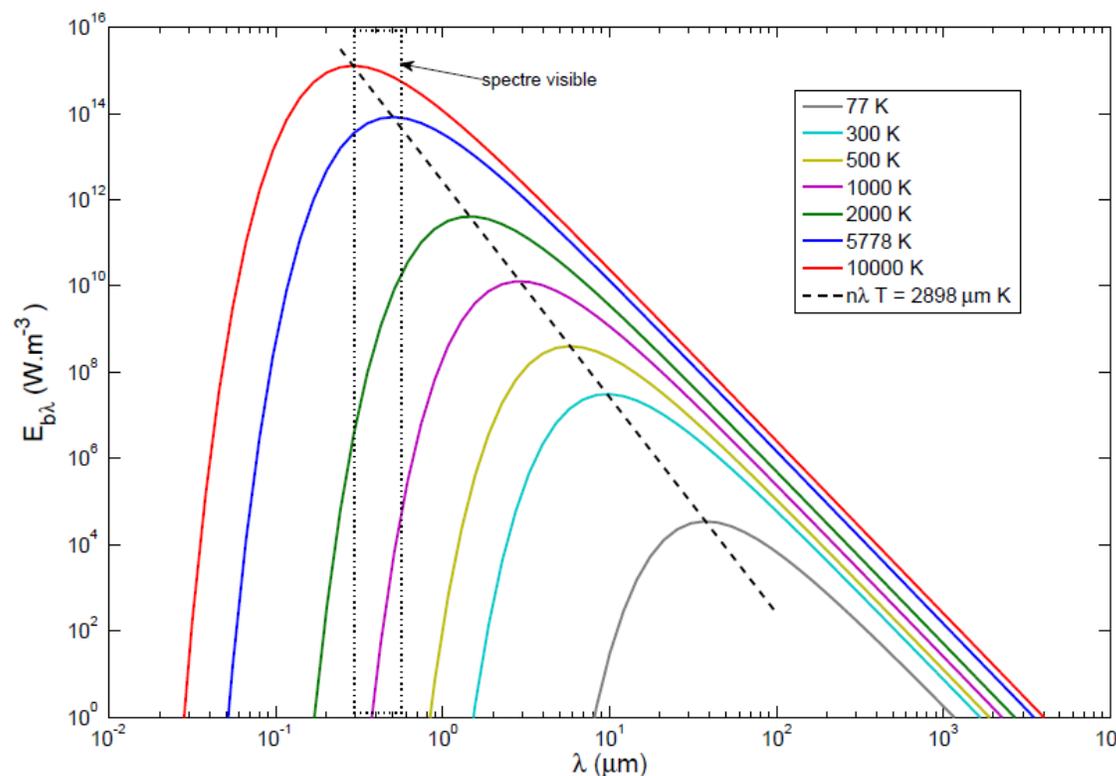
## loi de Planck, fonction de $\lambda$

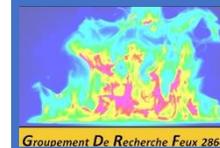
$$E_{b\lambda}(T) = \frac{2\pi hc_0^2}{n^2 \lambda^5 [\exp(hc_0/n\lambda kT) - 1]} = \frac{C_1}{n^2 \lambda^5 [\exp(C_2/n\lambda T) - 1]}$$

$$C_1 = 2\pi hc_0^2 = 3.7418 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 \cdot \text{m}^{-2}$$

$$C_2 = hc_0/k = 14388 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

$c_0$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$2.99792 \times 10^8$
$k$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$	$1.38066 \times 10^{-23}$
$h$	$\text{J} \cdot \text{s}$	$6.62608 \times 10^{-34}$



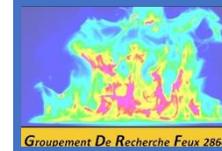


# Les bases en rayonnement thermique (4 - émission)

Notion de corps – Loi de Wien – Loi de Stefan

## loi du déplacement de Wien

$$\begin{aligned}\frac{\nu}{T} \Big|_{max} &= 5.879 \times 10^{10} \text{ Hz} \cdot \text{K}^{-1} \\ \lambda nT \Big|_{max} &= 2898 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K} \\ \frac{\eta}{nT} \Big|_{max} &= 1.961 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\end{aligned}$$



# Les bases en rayonnement thermique (4 - émission)

## Notion de corps – Loi de Wien – Loi de Stefan

### loi du déplacement de Wien

$$\begin{aligned}\frac{\nu}{T} \Big|_{max} &= 5.879 \times 10^{10} \text{ Hz} \cdot \text{K}^{-1} \\ \lambda n T \Big|_{max} &= 2898 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K} \\ \frac{\eta}{n T} \Big|_{max} &= 1.961 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\end{aligned}$$

La loi de Stefan-Boltzmann (“loi de Stefan”) donne le flux total rayonné par un corps noir.

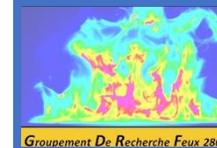
↔ Intégration spectrale de l'émittance sur tout le spectre de fréquences ou de longueurs d'onde.

↔ L'émittance totale d'un corps noir à la température  $T$  est proportionnelle à la puissance quatrième de la température

### loi de Stefan

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T) d\lambda = \frac{C_1 n^2 T^4}{C_2^4} \times \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\exp(x) - 1} = n^2 \sigma T^4 \quad (16)$$

avec  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$   
( $x = C_2/n\lambda T$ )



# Les bases en rayonnement thermique (4 - émission)

## Notion de corps – Loi de Wien – Loi de Stefan

### loi du déplacement de Wien

$$\begin{aligned}\frac{\nu}{T} \Big|_{max} &= 5.879 \times 10^{10} \text{ Hz} \cdot \text{K}^{-1} \\ \lambda nT \Big|_{max} &= 2898 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K} \\ \frac{\eta}{nT} \Big|_{max} &= 1.961 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\end{aligned}$$

### Fraction de l'émittance du CN

$$F_{0-n\lambda T} = \frac{\int_0^\lambda E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^\lambda E_{b,\lambda} d\lambda}{n^2 \sigma T^4}$$

La loi de Stefan-Boltzmann ("loi de Stefan") donne le flux total rayonné par un corps noir.

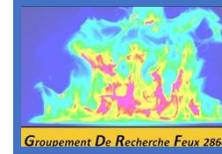
↔ Intégration spectrale de l'émittance sur tout le spectre de fréquences ou de longueurs d'onde.

↔ L'émittance totale d'un corps noir à la température  $T$  est proportionnelle à la puissance quatrième de la température

### loi de Stefan

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b\lambda}(T) d\lambda = \frac{C_1 n^2 T^4}{C_2^4} \times \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\exp(x) - 1} = n^2 \sigma T^4 \quad (16)$$

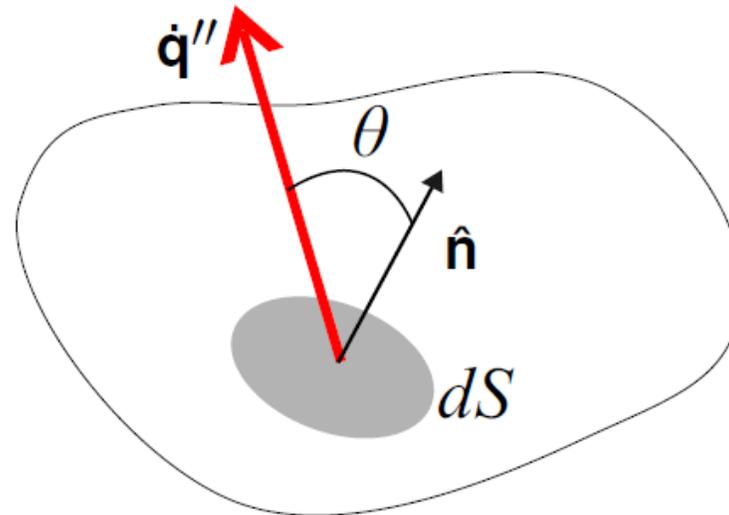
avec  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$   
( $x = C_2/n\lambda T$ )



# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

## Retour sur la notion de flux

↔ On définit le flux de chaleur  $\dot{Q}$  comme la puissance thermique échangée par un système. **On utilise plus souvent la densité de flux de chaleur  $\dot{q}$  qui est la puissance par unité de surface**

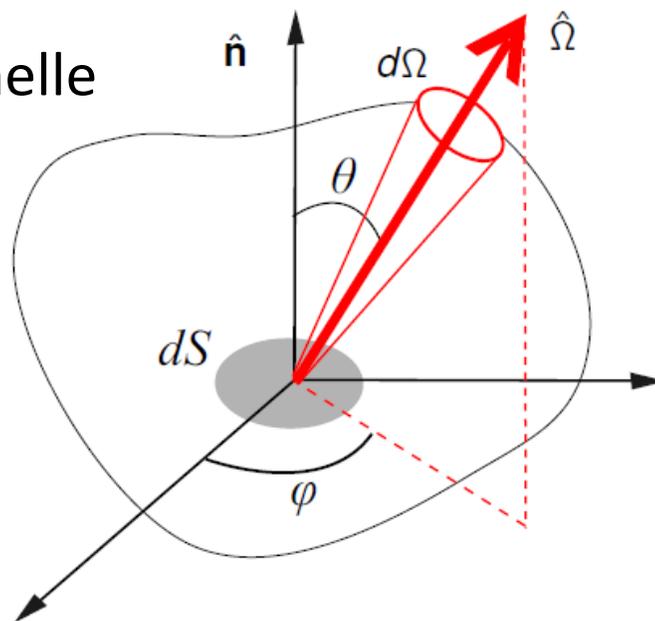


$$d\dot{Q} = \dot{\mathbf{q}}'' \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \dot{q}'' \cos \theta dS \quad (20)$$

# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

La luminance, grandeur fondamentale

Grandeur spectrale directionnelle

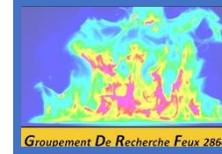


La luminance est notée  $I_\lambda(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\Omega})$

$$I_\lambda(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\Omega}) = \frac{d^3 \dot{Q}_\lambda(\hat{\Omega})}{\cos(\theta) dS d\Omega d\lambda} \quad (21)$$

**Définition:**

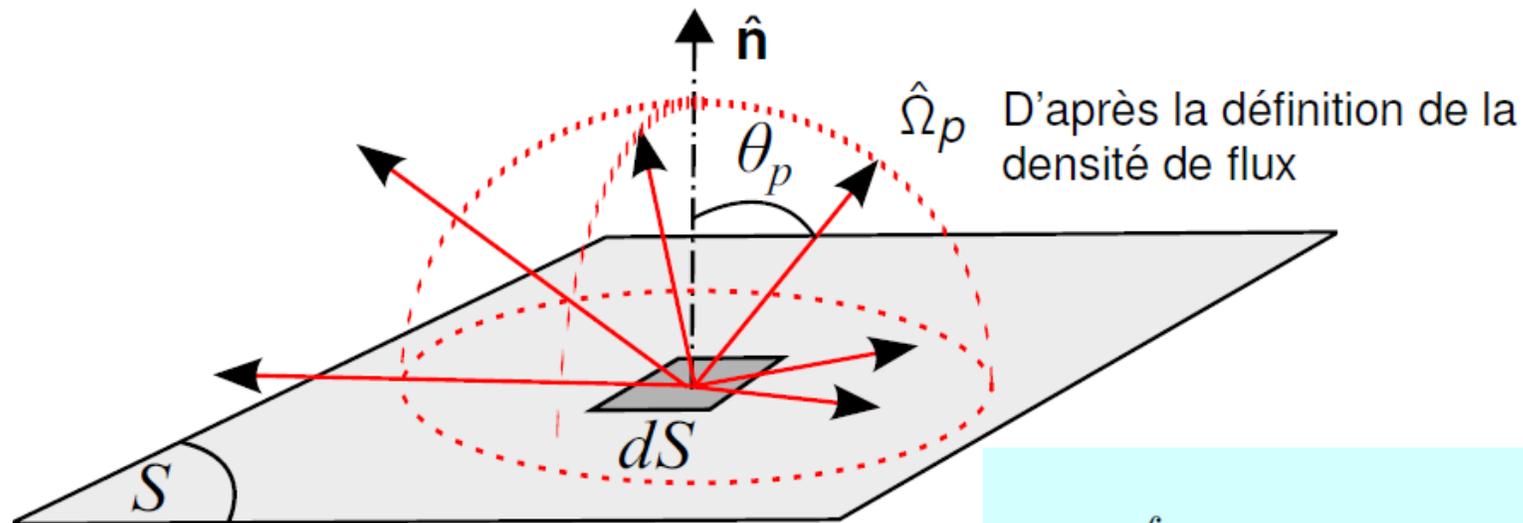
↪ Le flux rayonné par cet élément de surface dans l'angle solide élémentaire  $d\Omega$ , centré sur la direction de propagation du rayonnement  $\hat{\Omega}$ , à la longueur d'onde  $\lambda$ , comprise dans l'intervalle spectral  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$  est appelé **luminance spectrale directionnelle**



# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

L'émittance: densité de flux émise par une surface

↪ L'émittance spectrale  $E_\lambda$  est le flux rayonné par un élément de surface  $dS$  dans tout "l'espace avant", c'est à dire pour toutes les directions telles que  $\hat{\Omega} \cdot \hat{n} > 0$

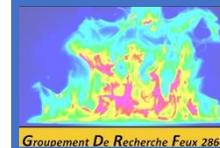


$$E_\lambda = \int_{\hat{\Omega}_p \cdot \hat{n} > 0} I_\lambda(\hat{\Omega}_p) \cos(\theta_p) d\Omega_p \quad (30)$$

Pour une surface à émission diffuse

$$E_\lambda = \pi I_\lambda$$

Eclairement... équivalent « reçu » par la surface



# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

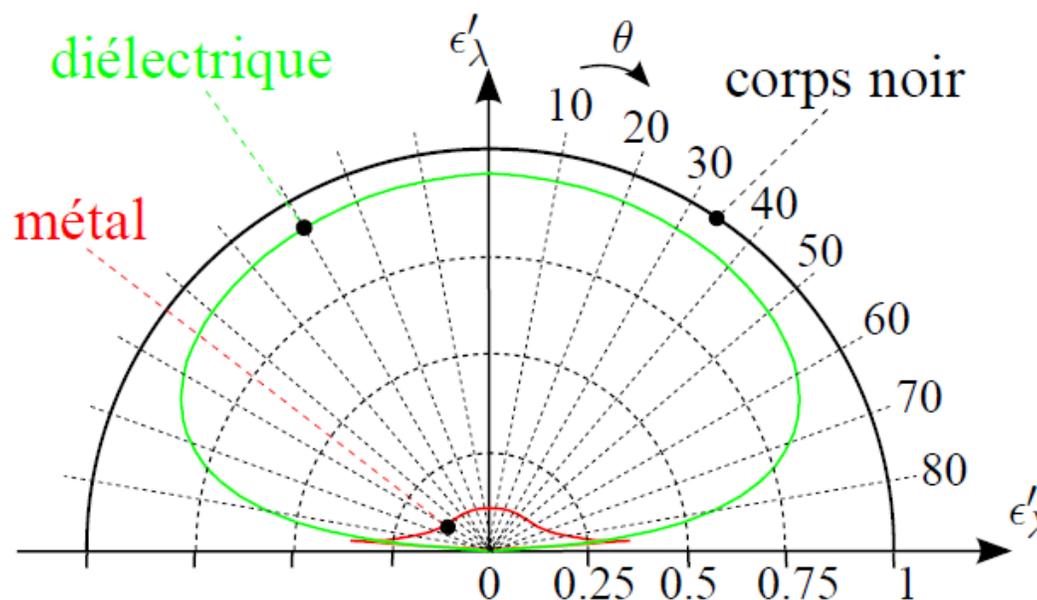
## L'émissivité: propriété clé des surfaces

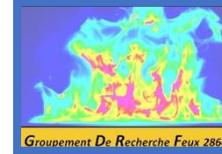
L'émissivité traduit l'aptitude d'une surface opaque à la température  $T$  à émettre du rayonnement, à une longueur d'onde et dans une direction

Précisément on parle d'émissivité spectrale directionnelle  $\epsilon'_\lambda$

L'émissivité spectrale directionnelle est le ratio de la luminance issue de la surface et de la luminance du corps noir à la même température

$$\epsilon'_\lambda = \frac{I_\lambda(\hat{\Omega}, T)}{I_{b\lambda}(T)} \quad (34)$$





# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

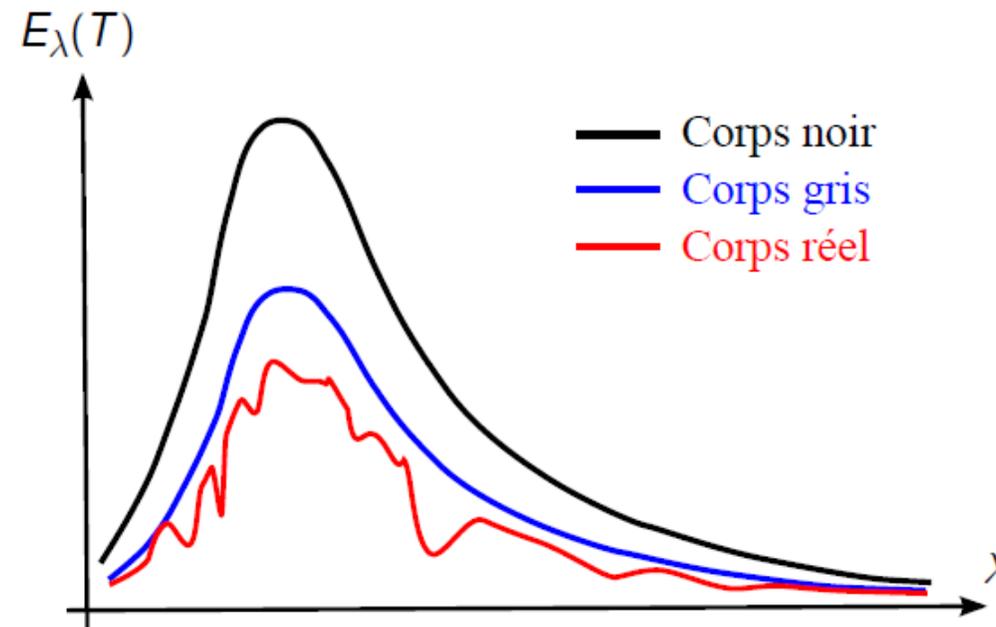
## L'émissivité: propriété clé des surfaces

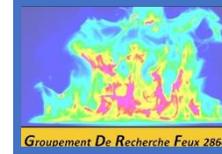
Dans le cas où l'émissivité est indépendante de la longueur d'onde, le matériau est dit "gris"

Les émissivités directionnelle et hémisphérique s'écrivent

$$\epsilon' = \frac{I(\hat{\Omega}, T)}{I_b(T)} \quad (35)$$

$$\epsilon = \epsilon^{\cap} = \frac{E(T)}{E_b(T)} \quad (36)$$

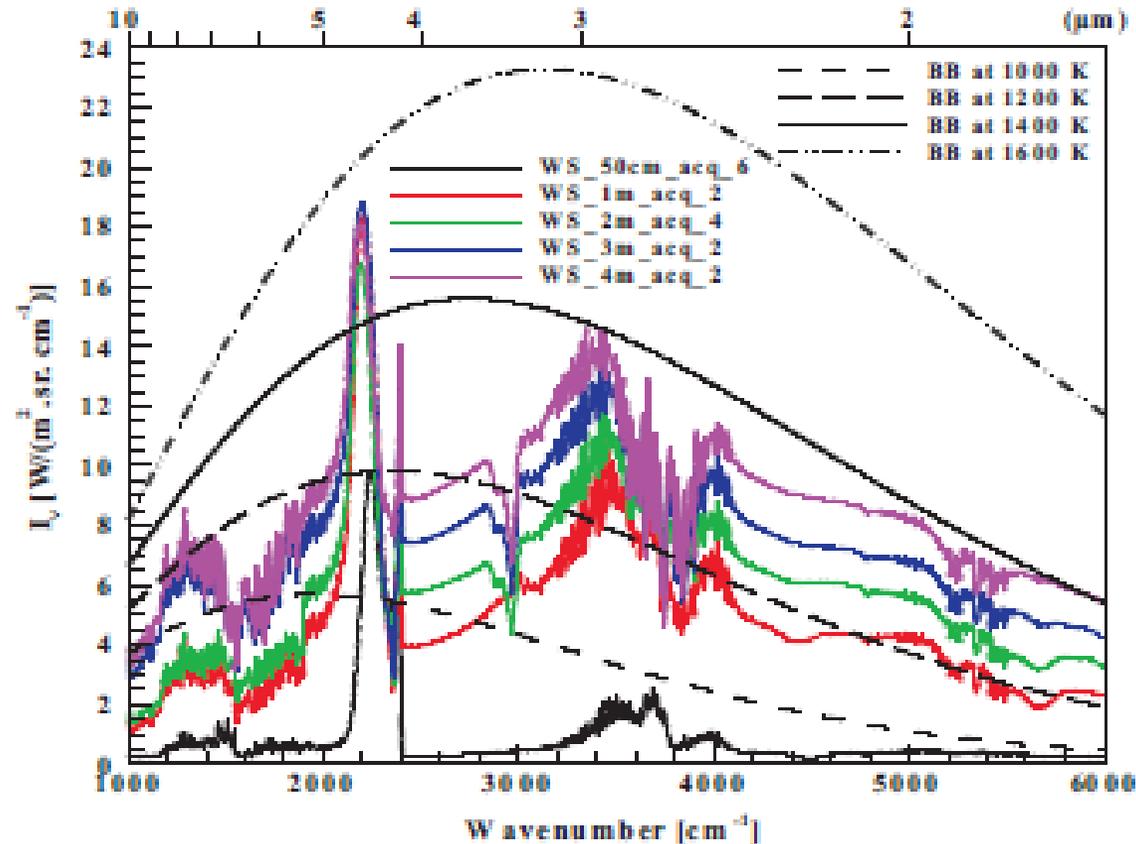




# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

L'émission spectrale peut être beaucoup plus complexe!

Mesures sur flammes de végétation  
Campagne LEMTA/IUSTI/CEREN  
(2010)  
Frisure de bois, épaisseurs de flamme  
entre 0,5 et 4 m.



# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

## Interaction du rayonnement avec les matériaux

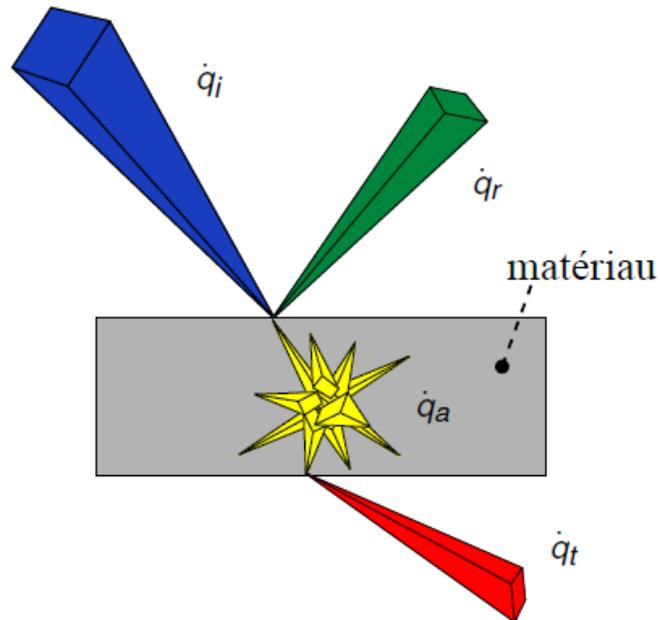
Comme l'émissivité, d'autres grandeurs permettent également de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis du rayonnement qu'il reçoit. Ce sont **la réflectivité, l'absorptivité et la transmittivité**, ou **la réflectance, l'absorptance, la transmittance (et l'émittance)**.

La conservation de l'énergie stipule :

$$\begin{aligned}\dot{q}_r + \dot{q}_a + \dot{q}_t &= \dot{q}_i & (37) \\ \frac{\dot{q}_r}{\dot{q}_i} + \frac{\dot{q}_a}{\dot{q}_i} + \frac{\dot{q}_t}{\dot{q}_i} &= 1\end{aligned}$$

soit

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \quad (38)$$



# Les bases en rayonnement thermique (5 - grandeurs)

## Interaction du rayonnement avec les matériaux

Comme l'émissivité, d'autres grandeurs permettent également de caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis du rayonnement qu'il reçoit. Ce sont **la réflectivité, l'absorptivité et la transmittivité**, ou **la réflectance, l'absorptance, la transmittance (et l'émittance)**.

La conservation de l'énergie stipule :

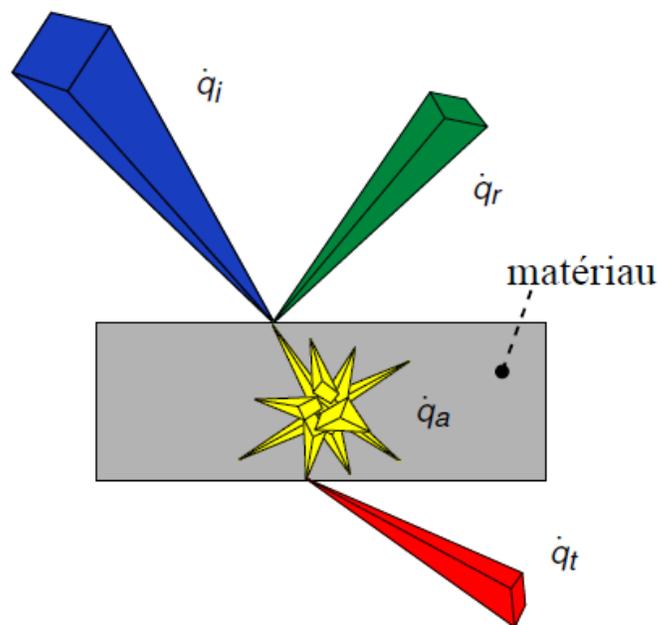
$$\begin{aligned}\dot{q}_r + \dot{q}_a + \dot{q}_t &= \dot{q}_i \quad (37) \\ \frac{\dot{q}_r}{\dot{q}_i} + \frac{\dot{q}_a}{\dot{q}_i} + \frac{\dot{q}_t}{\dot{q}_i} &= 1\end{aligned}$$

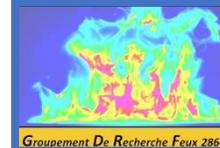
soit

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \quad (38)$$

Loi de Kirchhoff

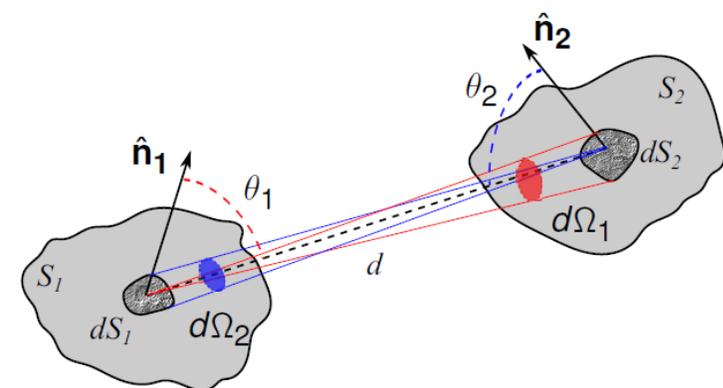
$$\alpha'_\lambda = \epsilon'_\lambda$$





# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

Flux échangé entre surfaces noires (à travers un milieu transparent)



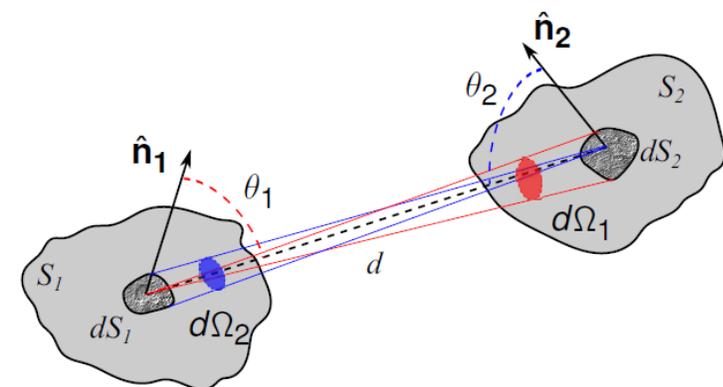
On définit le “**flux net**” échangé entre deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  comme la différence entre le flux “quittant”  $S_1$  et allant vers  $S_2$  moins le flux “arrivant” de  $S_2$  sur  $S_1$

flux net

$$\dot{Q}_{12 \text{ net}} = \dot{Q}_{12} - \dot{Q}_{21} \quad (61)$$

# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

## Flux échangé entre surfaces noires (à travers un milieu transparent)



On définit le “**flux net**” échangé entre deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  comme la différence entre le flux “quittant”  $S_1$  et allant vers  $S_2$  moins le flux “arrivant” de  $S_2$  sur  $S_1$

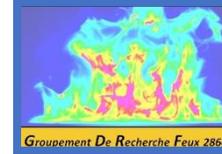
flux net

$$\dot{Q}_{12 \text{ net}} = \dot{Q}_{12} - \dot{Q}_{21} \quad (61)$$

Avec l'émittance du corps noir et des facteurs de formes associés on obtient

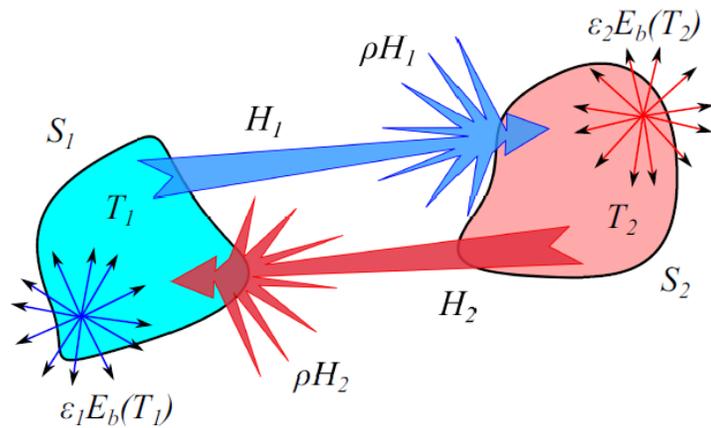
flux net pour deux surfaces noires

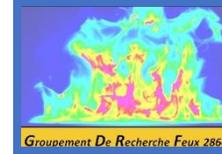
$$\dot{Q}_{12 \text{ net}} = S_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = S_2 F_{21} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (62)$$



# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

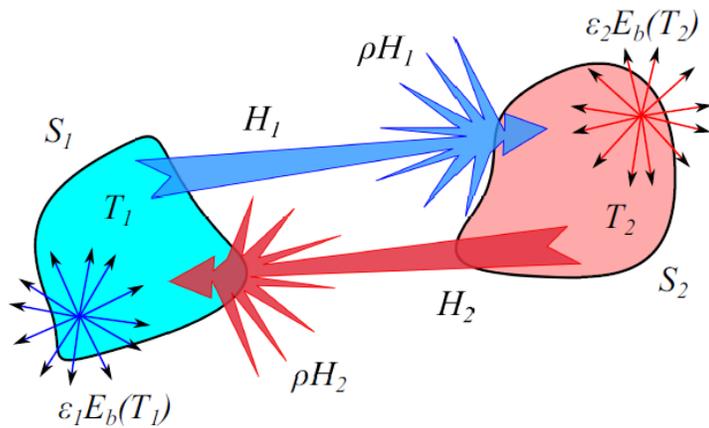
Flux échangé entre surfaces grises (à travers un milieu transparent)





# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

Flux échangé entre surfaces grises (à travers un milieu transparent)



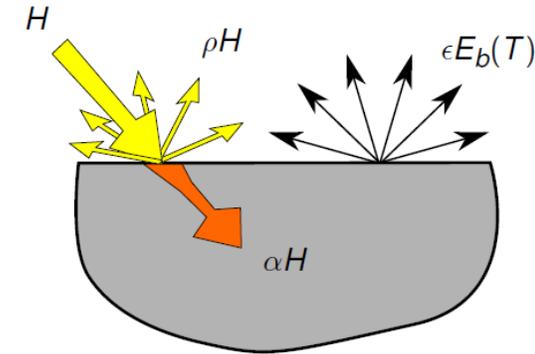
On suppose que les surfaces sont opaques et on vérifie

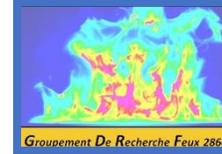
$$\alpha + \rho = 1; \epsilon = \alpha; \rho = 1 - \epsilon$$

radiosité  $J$

$$J = \epsilon E_b(T) + \rho H \quad (65)$$

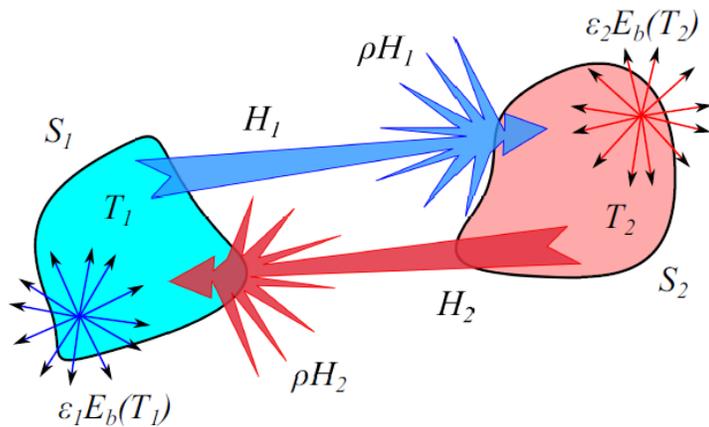
$$J = \epsilon E_b(T) + (1 - \epsilon)H \quad (66)$$





# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

## Flux échangé entre surfaces grises (à travers un milieu transparent)



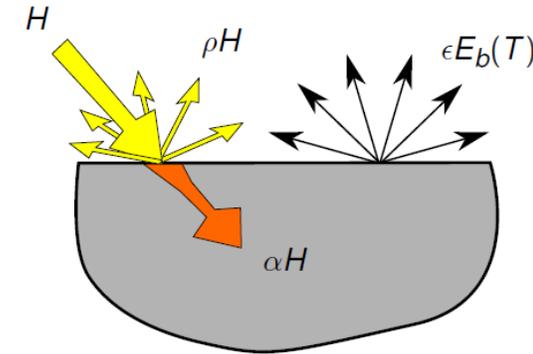
On suppose que les surfaces sont opaques et on vérifie

$$\alpha + \rho = 1; \epsilon = \alpha; \rho = 1 - \epsilon$$

### radiosité $J$

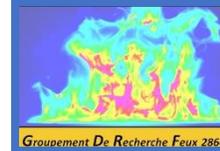
$$J = \epsilon E_b(T) + \rho H \quad (65)$$

$$J = \epsilon E_b(T) + (1 - \epsilon)H \quad (66)$$



Le flux net échangé entre les deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  de radiosités  $J_1$  et  $J_2$ , s'écrit

$$\dot{Q}_{12\ net} = J_1 S_1 F_{12} - J_2 S_2 F_{21} = S_1 F_{12} (J_1 - J_2) \quad (70)$$



# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

Flux échangé entre deux surfaces grises (à travers un milieu transparent)

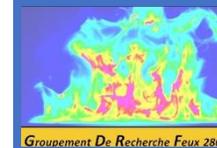
flux net pour deux surfaces grises diffusantes

$$\dot{Q}_{12 \text{ net}} = \frac{S_1}{\left[ \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \frac{S_1}{S_2} \right]} [E_b(T_1) - E_b(T_2)] \quad (73)$$

On définit le facteur de forme gris :  $\dot{Q}_{12 \text{ net}} = S_1 \tilde{\mathcal{F}}_{12} [E_b(T_1) - E_b(T_2)]$

facteur de forme gris

$$\tilde{\mathcal{F}}_{12} = \frac{1}{\left[ \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \frac{S_1}{S_2} \right]} \quad (74)$$



# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

Flux échangé entre deux surfaces grises (à travers un milieu transparent)

flux net pour deux surfaces grises diffusantes

$$\dot{Q}_{12 \text{ net}} = \frac{S_1}{\left[ \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \frac{S_1}{S_2} \right]} [E_b(T_1) - E_b(T_2)] \quad (73)$$

On définit le facteur de forme gris :  $\dot{Q}_{12 \text{ net}} = S_1 \tilde{\mathcal{F}}_{12} [E_b(T_1) - E_b(T_2)]$

facteur de forme gris

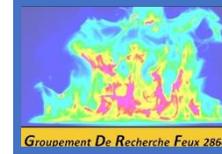
$$\tilde{\mathcal{F}}_{12} = \frac{1}{\left[ \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \frac{S_1}{S_2} \right]} \quad (74)$$

Linéarisation possible...

$$\dot{Q}_{12 \text{ net}} = h_r S_1 (T_1 - T_2)$$

$$h_r = 4\epsilon_1 \sigma T_m^3$$

Vous l'utilisez beaucoup dans vos CLs...



# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

Plus de deux surfaces grises (à travers un milieu transparent)

## SI ON CONNAIT LA TEMPÉRATURE

La radiosité de la surface  $S_i$  s'écrit

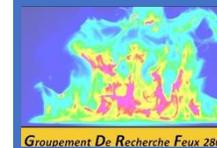
$$J_i = \epsilon_i E_b(T_i) + (1 - \epsilon_i) H_i \quad (76)$$

où  $H_i$  est l'éclairement sur la surface  $S_i$ , c'est-à-dire la densité de flux rayonnée par toutes les surfaces  $S_j$  sur  $S_i$

$$S_i H_i = \sum_{j=1}^N S_j F_{ji} J_j \quad (77)$$

En utilisant la réciprocité des facteurs de forme on peut simplifier par  $S_i$  l'expression précédente

$$J_i - (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j = \sigma \epsilon_i T_i^4 \quad (78)$$



# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

Plus de deux surfaces grises (à travers un milieu transparent)

## SI ON CONNAIT LA TEMPÉRATURE

La radiosité de la surface  $S_i$  s'écrit

$$J_i = \epsilon_i E_b(T_i) + (1 - \epsilon_i) H_i \quad (76)$$

où  $H_i$  est l'éclairement sur la surface  $S_i$ , c'est-à-dire la densité de flux rayonnée par toutes les surfaces  $S_j$  sur  $S_i$

$$S_i H_i = \sum_{j=1}^N S_j F_{ji} J_j \quad (77)$$

En utilisant la réciprocité des facteurs de forme on peut simplifier par  $S_i$  l'expression précédente

$$J_i - (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j = \sigma \epsilon_i T_i^4 \quad (78)$$

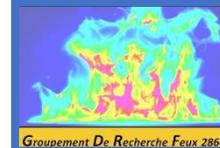
## SI ON CONNAIT LE FLUX NET ÉCHANGÉ

En adoptant la même démarche que précédemment pour exprimer l'éclairement de la surface  $S_i$  par les surfaces  $S_j$ , on exprime le flux net sur la surface  $S_i$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{i \text{ net}} &= \text{flux partant de } S_i - \text{flux arrivant sur } S_i \\ &= S_i J_i - \sum_{j=1}^N S_j F_{ji} J_j \end{aligned}$$

soit

$$\dot{q}_{i \text{ net}} = J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \quad (79)$$



# Les bases en rayonnement thermique (6 - Echanges)

## Plus de deux surfaces grises (à travers un milieu transparent)

### SI ON CONNAIT LA TEMPÉRATURE

La radiosité de la surface  $S_i$  s'écrit

$$J_i = \epsilon_i E_b(T_i) + (1 - \epsilon_i) H_i \quad (76)$$

où  $H_i$  est l'éclairement sur la surface  $S_i$ , c'est-à-dire la densité de flux rayonnée par toutes les surfaces  $S_j$  sur  $S_i$

$$S_i H_i = \sum_{j=1}^N S_j F_{ji} J_j \quad (77)$$

En utilisant la réciprocité des facteurs de forme on peut simplifier par  $S_i$  l'expression précédente

$$J_i - (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j = \sigma \epsilon_i T_i^4 \quad (78)$$

### SI ON CONNAIT LE FLUX NET ÉCHANGÉ

En adoptant la même démarche que précédemment pour exprimer l'éclairement de la surface  $S_i$  par les surfaces  $S_j$ , on exprime le flux net sur la surface  $S_i$

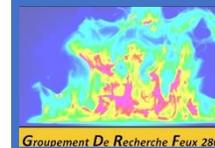
$$\begin{aligned} \dot{Q}_{i \text{ net}} &= \text{flux partant de } S_i - \text{flux arrivant sur } S_i \\ &= S_i J_i - \sum_{j=1}^N S_j F_{ji} J_j \end{aligned}$$

soit

$$\dot{q}_{i \text{ net}} = J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \quad (79)$$

A partir d'une de ces deux relations, on construit puis on résout le système linéaire et on obtient l'ensemble des radiosités  $J_j$

On écrit ensuite  $\dot{Q}_{i \text{ net}} = \frac{\epsilon_i S_i}{(1 - \epsilon_i)} [E_b(T_i) - J_i]$ , ce qui permet de remonter au flux ou à la température pour chaque surface  $S_j$



# Les bases en rayonnement thermique (7 – E.T.R.)

Milieu « participatif » : l'équation du transfert radiatif

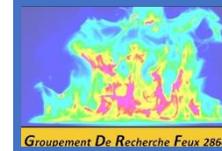
Bilan sur la part d'énergie radiative :

$$\begin{aligned} \frac{dl_\nu(s, \hat{\Omega})}{ds} &= \underbrace{-\kappa_{a\nu} l_\nu(s, \hat{\Omega})}_{\text{Pertes par absorption}} - \underbrace{\kappa_{d\nu} l_\nu(s, \hat{\Omega})}_{\text{Pertes par diffusion}} \quad (91) \\ &+ \underbrace{\kappa_{a\nu} I_{b\nu}(T(s))}_{\text{Émission propre}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \kappa_{d\nu} P_\nu(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) l_\nu(s, \hat{\Omega}') d\Omega'}_{\text{Renforcement par diffusion}} \end{aligned}$$

Conditions aux limites types pour frontières opaques à propriétés diffuses :

$$I_\nu(s_p, \hat{\Omega}) = \epsilon_\nu I_{b\nu}(T(s_p)) + \frac{1 - \epsilon_\nu}{\pi} \int_{\hat{\Omega}' \cdot \hat{n} < 0} I_\nu(s_p, \hat{\Omega}') |\hat{\Omega}' \cdot \hat{n}| d\Omega' \quad (92)$$

Cas des frontières noires :  $\epsilon_\nu = 1$  et donc  $I_\nu(s_p, \hat{\Omega}) = I_{b\nu}(T(s_p))$



# Les bases en rayonnement thermique (7 – E.T.R.)

Milieu « participatif » : l'équation du transfert radiatif

Bilan sur la part d'énergie radiative :

$$\begin{aligned} \frac{dI_\nu(s, \hat{\Omega})}{ds} &= \underbrace{-\kappa_{a\nu} I_\nu(s, \hat{\Omega})}_{\text{Pertes par absorption}} - \underbrace{\kappa_{d\nu} I_\nu(s, \hat{\Omega})}_{\text{Pertes par diffusion}} \quad (91) \\ &+ \underbrace{\kappa_{a\nu} I_{b\nu}(T(s))}_{\text{Émission propre}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \kappa_{d\nu} P_\nu(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) I_\nu(s, \hat{\Omega}') d\Omega'}_{\text{Renforcement par diffusion}} \end{aligned}$$

Conditions aux limites types pour frontières opaques à propriétés diffuses :

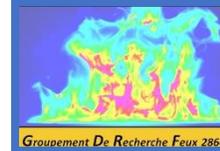
$$I_\nu(s_p, \hat{\Omega}) = \epsilon_\nu I_{b\nu}(T(s_p)) + \frac{1 - \epsilon_\nu}{\pi} \int_{\hat{\Omega}' \cdot \hat{n} < 0} I_\nu(s_p, \hat{\Omega}') |\hat{\Omega}' \cdot \hat{n}| d\Omega' \quad (92)$$

Cas des frontières noires :  $\epsilon_\nu = 1$  et donc  $I_\nu(s_p, \hat{\Omega}) = I_{b\nu}(T(s_p))$

Quelques modèles... (Rosseland)  
Méthodes semi-analytiques (P1, deux-flux, milieux optiquement minces,...)

Méthodes numériques (DOM, FVM, FEM,...)

Méthode de Monte Carlo



# Les bases en rayonnement thermique (7 – E.T.R.)

## Milieu « participatif »: Flux et divergence de flux

La densité de flux radiatif spectral est obtenue par intégration de la luminance :

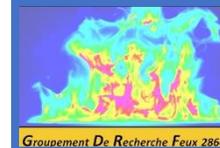
$$\dot{\mathbf{q}}''_{\nu}(s) = \int_{\Omega=4\pi} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} d\Omega \quad (93)$$

La densité de flux total est donc :

$$\dot{\mathbf{q}}''(s) = \int_{\nu} \int_{\Omega=4\pi} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} d\Omega d\nu \quad (94)$$

Divergence du flux radiatif :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}}'' &= \nabla \cdot \int_{\nu} \int_{\Omega=4\pi} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} d\Omega d\nu \\ &= \int_{\nu} \kappa_{a\nu} \left[ 4\pi I_{b\nu}(T) - \int_{\Omega=4\pi} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) d\Omega \right] d\nu \end{aligned}$$



# Les bases en rayonnement thermique (7 – E.T.R.)

Milieu « participatif »: Flux et divergence de flux

La densité de flux radiatif spectral est obtenue par intégration de la luminance :

$$\dot{q}''_{\nu}(s) = \int_{\Omega=4\pi} I_{\nu}(s, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} d\Omega \quad (93)$$

La densité de flux total est donc :

$$\dot{q}''(s) = \int_{\nu} \int_{\Omega=4\pi} I_{\nu}(s, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} d\Omega d\nu \quad (94)$$

Divergence du flux radiatif :

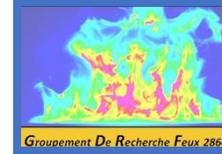
$$\begin{aligned} \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}}'' &= \nabla \cdot \int_{\nu} \int_{\Omega=4\pi} I_{\nu}(s, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} d\Omega d\nu \\ &= \int_{\nu} \kappa_{a\nu} \left[ 4\pi I_{b\nu}(T) - \int_{\Omega=4\pi} I_{\nu}(s, \hat{\Omega}) d\Omega \right] d\nu \end{aligned}$$

... ou alors... la fraction radiative ...  $\chi_{rad}$

Ré-écriture simplifiée de l'ETR

$$\nabla \bar{I} \cdot \vec{s} = \kappa \overline{\left( \frac{\sigma T^4}{\pi} \right)} - \bar{\kappa} \bar{I}$$

$$\nabla \bar{I} \cdot \vec{s} = \chi_{rad} \times \left( \frac{\dot{q}'''_{comb}}{4\pi} \right)$$



# Illustration: combustion du PMMA



... merci à l'équipe de B. Porterie à l'IUSTI...

*A. Kacem et al. / Combustion and Flame 170 (2016) 135–147*

# Illustration: combustion du PMMA

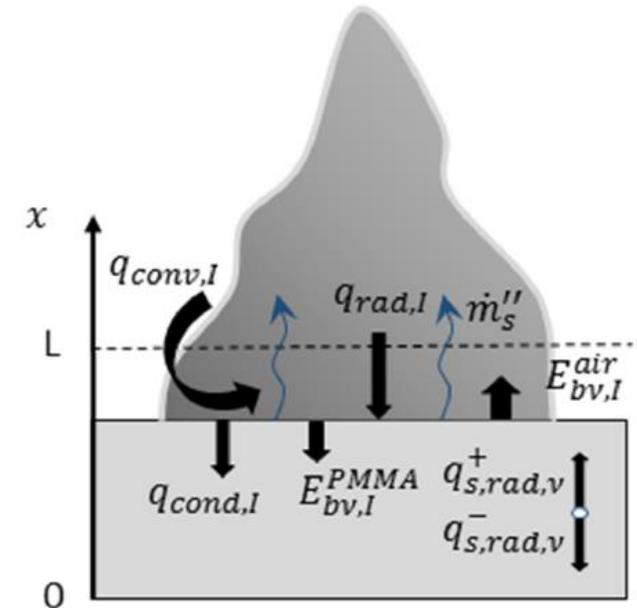
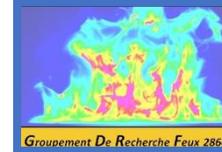
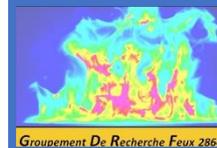


Fig. 1. Physical model, showing the various mass and heat transfer components involved at the burning surface of the slab of clear PMMA.



# Illustration: combustion du PMMA

## 1. Phase condensée

Modèle deux flux

$$\frac{\partial(\rho_s c_{ps} T_s)}{\partial t} = \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \dot{Q}_{s,ch}''' + \dot{Q}_{s,rad}'''$$

$$\dot{Q}_{s,ch}''' = -H_g \dot{m}_s'''$$

Arrhenius  $\dot{m}_s''' = \rho_s A_s e^{-\left(\frac{E_s}{RT_s}\right)}$

Ablation en surface  $\rho_s u_{reg} = \int_0^{x_I(t)} -\dot{m}_s'''(dx)$

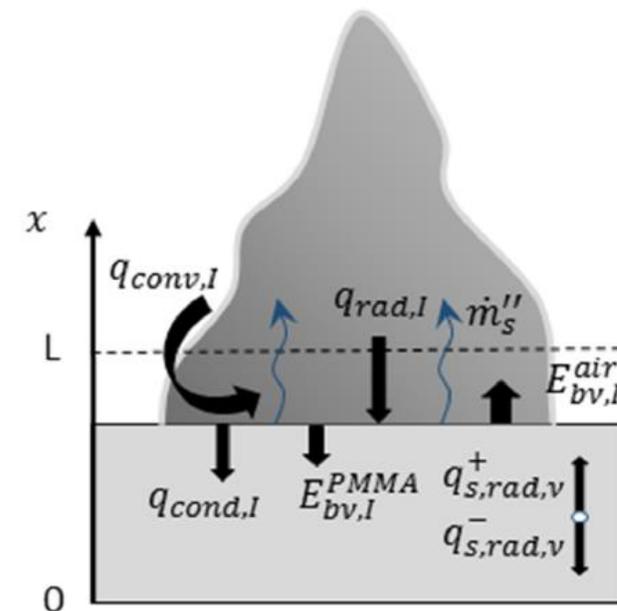


Fig. 1. Physical model, showing the various mass and heat transfer components involved at the burning surface of the slab of clear PMMA.

# Illustration: combustion du PMMA



## 1. Phase condensée

- Initial condition:  $T_s(x, 0) = T_{\infty}$ .
- Boundary conditions at the upper face ( $x = x_I(t)$ ):

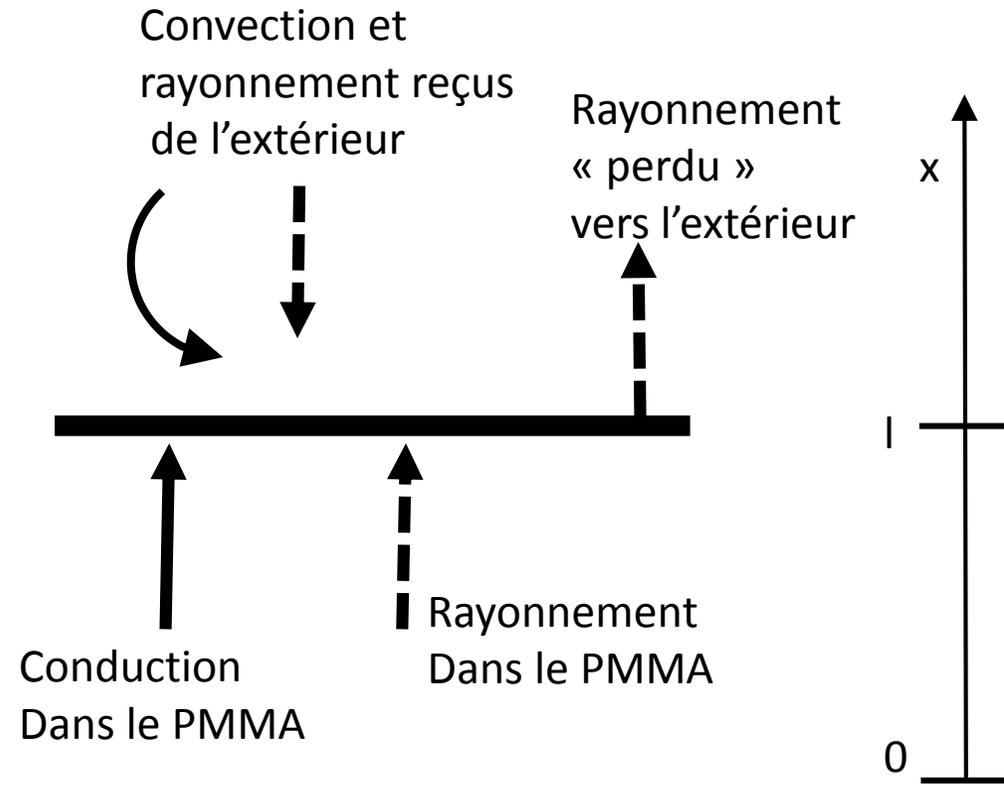
$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=x_I(t)} = q_{rad,I} + q_{conv,I} + \int_0^{\infty} [q_{s,rad,v}^+(x_I) - q_{s,rad,v}^-(x_I) - E_{bv,I}^{air}] dv$$

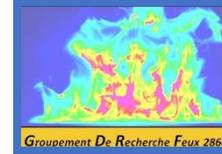
$$q_{s,rad,v}^-(x_I) = E_{bv,I}^{PMMA}$$

- Boundary conditions at the lower face ( $x = 0$ ):

$$-\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_{conv,0} + \int_0^{\infty} [q_{s,rad,v}^-(0) - q_{s,rad,v}^+(0)] dv$$

$$q_{s,rad,v}^+(0) = \varepsilon_0 E_{bv,0}^{PMMA} + (1 - \varepsilon_0) q_{s,rad,v}^-(0)$$



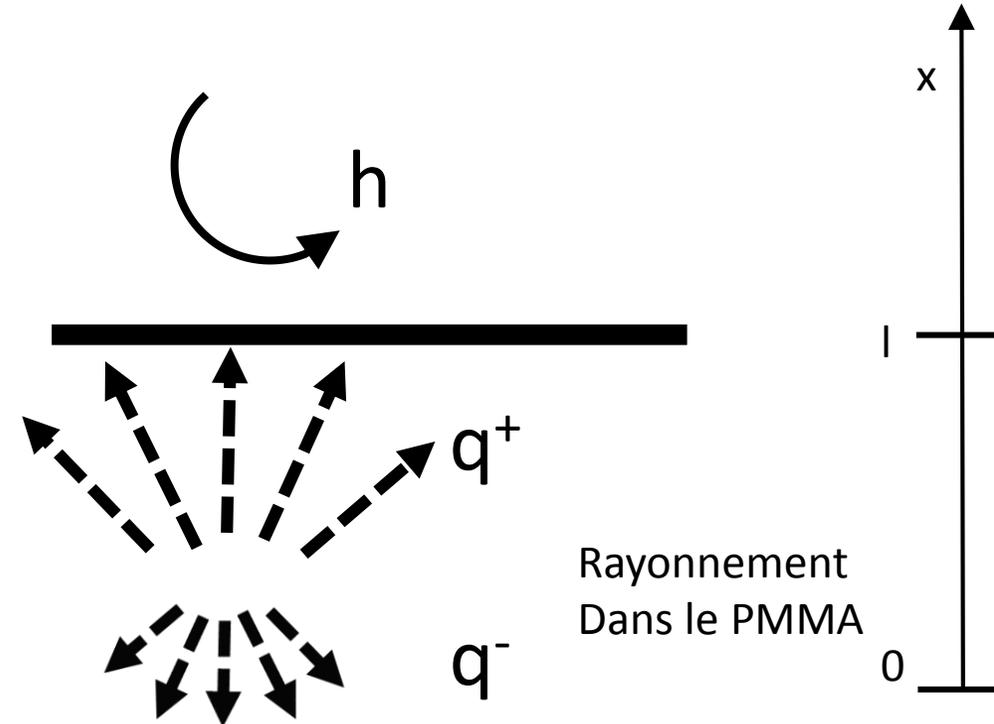


# Illustration: combustion du PMMA

$q_{rad}^+, q_{rad}^-, q_{conv}$  ???

- Le modèle deux flux (sans entrer dans les détails)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{q}_{s,rad,v} &= \frac{dq_{s,rad,v}^+}{dx} - \frac{dq_{s,rad,v}^-}{dx} \\ + \frac{dq_{s,rad,v}^+}{dx} &= 2\kappa_v [E_{bv}^{PMMA}(T_s) - q_{s,rad,v}^+] \\ - \frac{dq_{s,rad,v}^-}{dx} &= 2\kappa_v [E_{bv}^{PMMA}(T_s) - q_{s,rad,v}^-] \end{aligned}$$



- Un mix de convection naturelle et forcée

$$h_{conv,l} = \max \left( 1.52 |\Delta T|^{1/3}, 0.037 \frac{\lambda}{L} Re^{0.8} Pr^{1/3} \right)$$

# Illustration: combustion du PMMA



## 2. Phase gaz

- Conservation of mass

$$\partial_t(\rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

- Conservation of momentum

$$\partial_t(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + (\rho - \rho_0)\mathbf{g}$$

- Turbulent kinetic energy (TKE)

$$\partial_t(\rho k) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k + P_{kb} - \rho \varepsilon$$

- Dissipation of TKE

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \varepsilon) = & \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] \\ & + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 3} P_{\varepsilon b} - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \end{aligned}$$

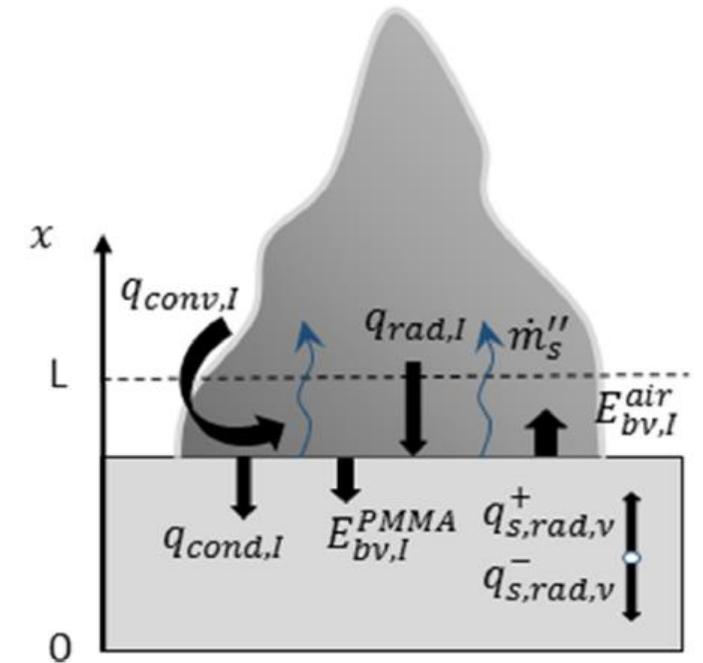


Fig. 1. Physical model, showing the various mass and heat transfer components involved at the burning surface of the slab of clear PMMA.

# Illustration: combustion du PMMA

## 2. Phase gaz

- Radiative transfer equation

$$\Omega \cdot \nabla I(\mathbf{r}, \Omega) + \kappa I(\mathbf{r}, \Omega) = \kappa I_b(\mathbf{r})$$

- Enthalpy

$$\partial_t(\rho h) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} h) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_e}{\sigma_t} \nabla h - \mathbf{q}_{rad} \right)$$

- Fuel mass fraction

$$\partial_t(\rho Y_F) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} Y_F) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_e}{\sigma_t} \nabla Y_F \right) + \dot{\omega}_F$$

- Mixture fraction

$$\partial_t(\rho Z) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} Z) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_e}{\sigma_t} \nabla Z \right)$$

- Soot mass fraction

$$\partial_t(\rho Y_{soot}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} Y_{soot}) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_e}{\sigma_t} \nabla Y_{soot} \right) + \dot{\omega}_{soot,f} - \dot{\omega}_{soot,c} = 0$$

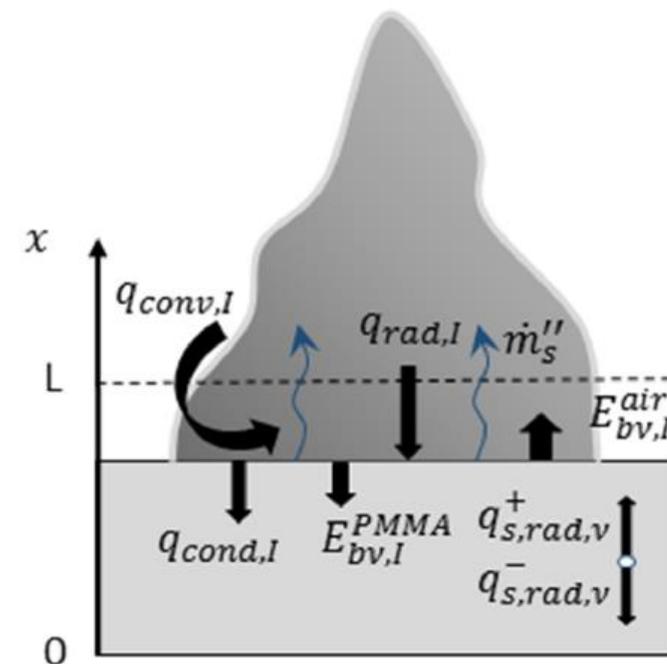


Fig. 1. Physical model, showing the various mass and heat transfer components involved at the burning surface of the slab of clear PMMA.

5 espèces: fuel, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub>

$$p = \rho R_u T \sum_k \frac{Y_k}{W_k}$$

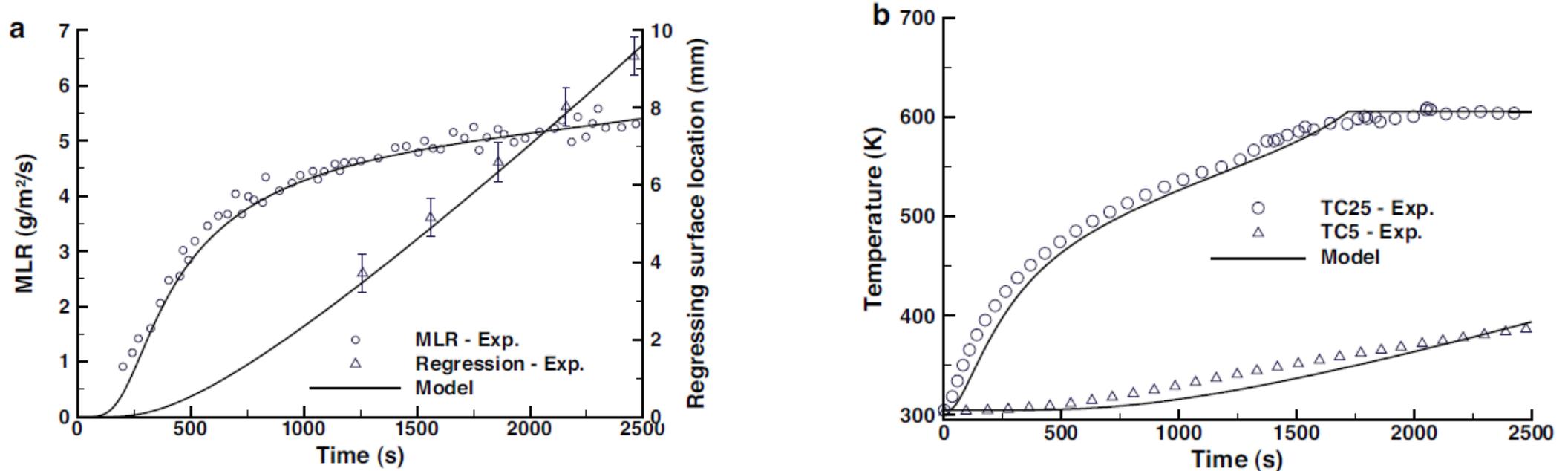
# Illustration: combustion du PMMA



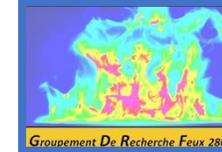
## 3. Propriétés thermophysiques

Littérature, mesures

+ identification sur des mesures de dégradation sans flamme (sur données de vitesse de perte en masse et données thermocouples)



# Illustration: combustion du PMMA



## 4. Résultats: régression, flux, températures...

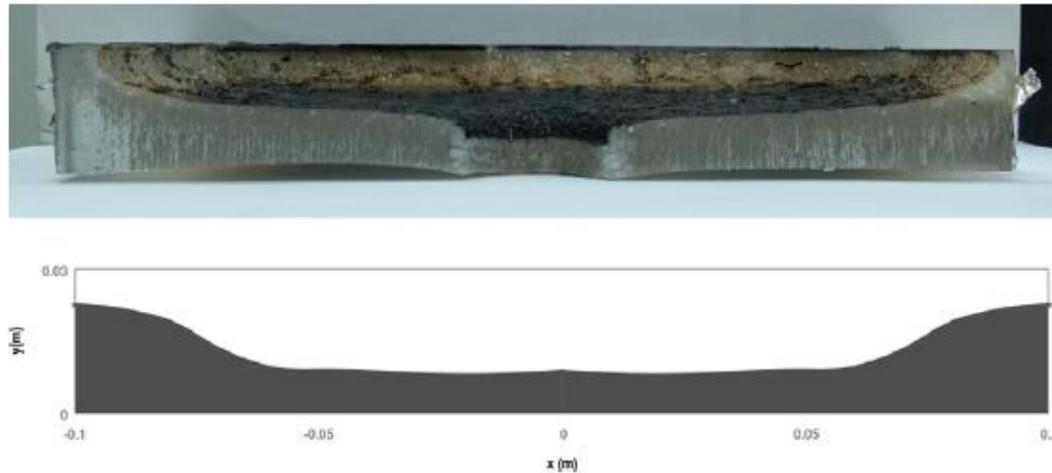
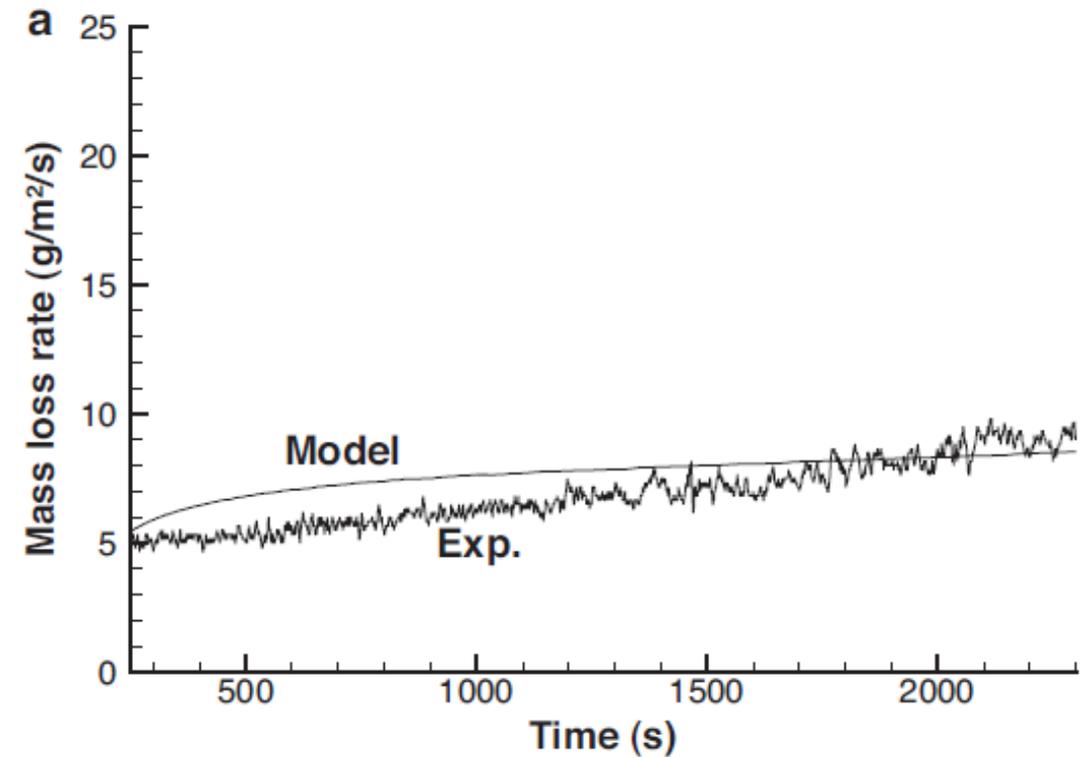


Fig. 8. Experimental (top) and numerically predicted (bottom) topography of the burned sample. The slab has a side length of 20 cm.



# Illustration: combustion du PMMA



## 4. Résultats: régression, flux, températures...

	10 × 10 × 3 cm <sup>3</sup> sample	
	Measured	Calculated
Radiative (kW m <sup>-2</sup> )	20.0 ± 2.0	20.0 ± 1
Convective (kW m <sup>-2</sup> )	4.0	6.6
Total (kW m <sup>-2</sup> )	24.0 ± 4.5	26.6 ± 1
Radiative/total	0.83	0.75
	20 × 20 × 3 cm <sup>3</sup> sample	
	Measured	Calculated
Radiative (kW m <sup>-2</sup> )	28.7 ± 7.0	28.8 ± 1
Convective (kW m <sup>-2</sup> )	7.7	7.5
Total (kW m <sup>-2</sup> )	36.5 ± 5.5	36.3 ± 1
Radiative/total	0.79	0.79
	40 × 40 × 3 cm <sup>3</sup> sample	
	Measured	Calculated
Radiative (kW m <sup>-2</sup> )	50.5 ± 6.0	56.0 ± 1
Convective (kW m <sup>-2</sup> )	12.5	9.0
Total (kW m <sup>-2</sup> )	63 ± 4.5	65.0 ± 1
Radiative/total	0.80	0.86

# Illustration: combustion du PMMA

## 4. Résultats: régression, flux, températures...

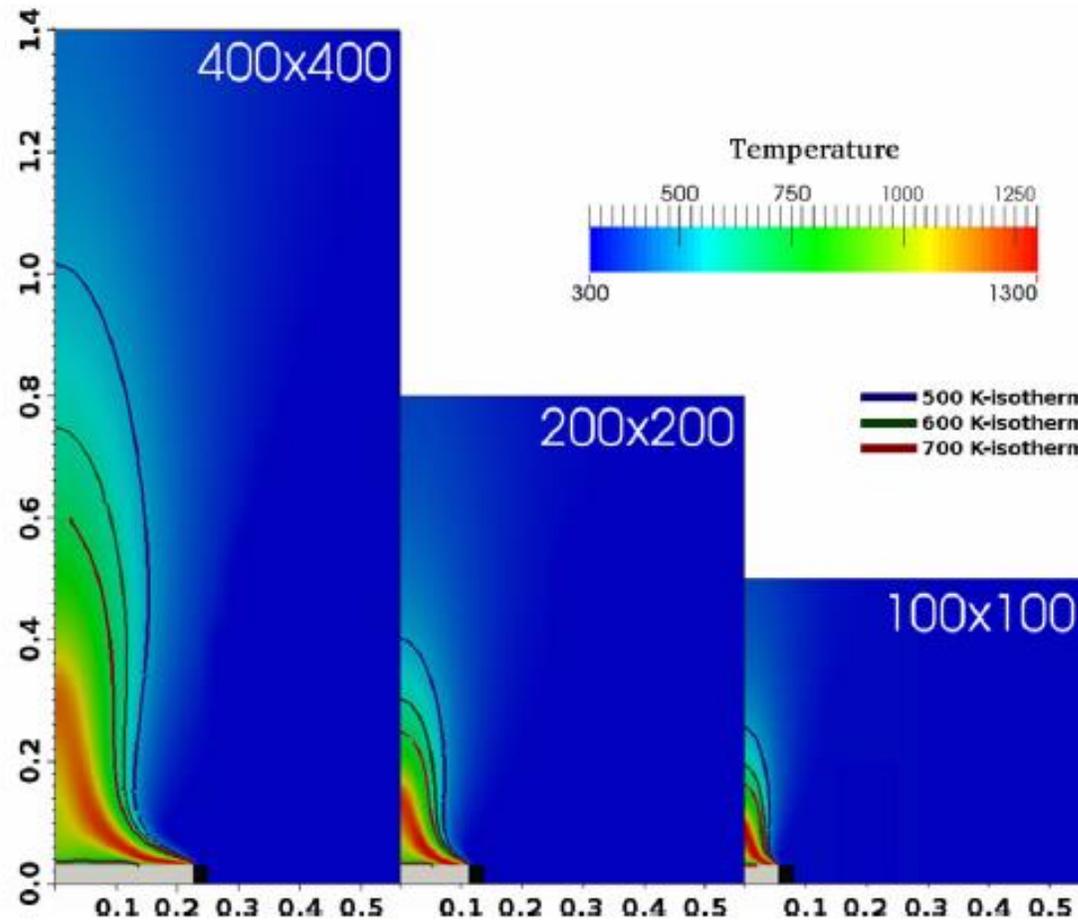
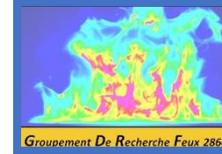


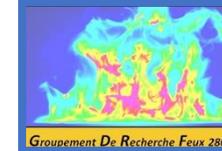
Fig. 10. Temperature fields (in K) and isotherms of 500, 600 and 700 K for the three sample sizes at  $t = 1000$  s. The gray rectangle represents the slab of PMMA and the black one the part of the slab below the metal holder.



Rayonnement... approfondissement...



# Rayonnement... approfondissement



*Focus*

Retour sur l'ETR

## ATTÉNUATION PAR ABSORPTION

La luminance peut être progressivement atténuée par absorption le long du trajet optique du rayonnement dans le milieu.

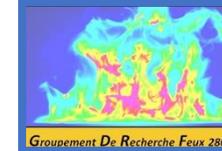
La propriété fondamentale du milieu pour caractériser sa capacité à absorber est  $\kappa_{av}$  ( $\text{m}^{-1}$ ), le *coefficient spectral d'absorption*.

L'inverse ( $1/\kappa_{av}$ ) est aussi appelé le *libre parcours moyen*.

La variation de la luminance le long d'un trajet  $ds$  s'écrit :

$$dl_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = -\kappa_{av}(s, \hat{\Omega})l_{\nu}(s, \hat{\Omega})ds \quad (85)$$

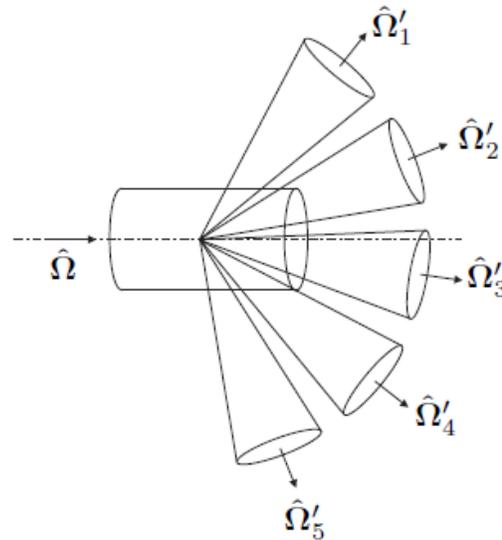
# Rayonnement... approfondissement



## Retour sur l'ETR

### ATTÉNUATION PAR DIFFUSION

L'interaction avec le milieu peut également provoquer une déviation du rayonnement, provoquant une atténuation de la luminance par diffusion ("scattering" en anglais).



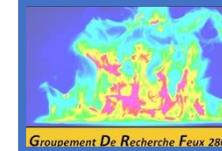
La propriété fondamentale du milieu pour caractériser sa capacité à diffuser est  $\kappa_{d\nu}$  ( $\text{m}^{-1}$ ), le *coefficient spectral de diffusion*.

L'inverse ( $1/\kappa_{d\nu}$ ) est aussi une forme de *libre parcours moyen*.

La variation de la luminance le long d'un trajet  $ds$  s'écrit :

$$dI_\nu(s, \hat{\Omega}) = -\kappa_{d\nu}(s, \hat{\Omega})I_\nu(s, \hat{\Omega})ds \quad (86)$$

# Rayonnement... approfondissement



Retour sur l'ETR

## RENFORCEMENT PAR ÉMISSION

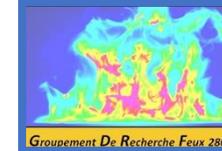
Si le milieu émet lui-même du rayonnement, il contribue au renforcement de la luminance par *émission propre*, en fonction de sa température et de sa capacité à émettre.

La propriété d'émission caractéristique est  $\kappa_{a\nu}$  ( $\text{m}^{-1}$ ), le *coefficient spectral d'absorption* (csqs de la loi de Kirchhoff).

L'augmentation correspondante de la luminance le long d'un trajet  $ds$  s'écrit :

$$dI_\nu(\mathbf{s}, \hat{\Omega}) = \kappa_{a\nu}(\mathbf{s}, \hat{\Omega}) I_{b\nu}(T(\mathbf{s})) ds \quad (87)$$

# Rayonnement... approfondissement



Retour sur l'ETR

## RENFORCEMENT PAR DIFFUSION - 2

La part diffusée est :

$$\frac{1}{4\pi} P_\nu(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) d\Omega \quad (88)$$

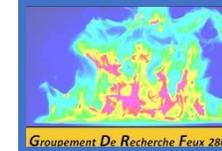
L'intégration sur  $4\pi$  sr redonne bien une somme égale à 1 :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} P_\nu(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) d\Omega' = 1 \quad (89)$$

Le renforcement de la luminance le long d'un trajet  $ds$  s'écrit alors :

$$dI_\nu(\mathbf{s}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \kappa_{d\nu}(\mathbf{s}, \hat{\Omega}') P_\nu(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) I_\nu(\mathbf{s}, \hat{\Omega}') d\Omega' ds \quad (90)$$

# Rayonnement... approfondissement



## Retour sur l'ETR

Bilan sur la part d'énergie radiative :

$$\begin{aligned} \frac{dl_\nu(s, \hat{\Omega})}{ds} &= \underbrace{-\kappa_{a\nu} l_\nu(s, \hat{\Omega})}_{\text{Pertes par absorption}} - \underbrace{\kappa_{d\nu} l_\nu(s, \hat{\Omega})}_{\text{Pertes par diffusion}} \quad (91) \\ &+ \underbrace{\kappa_{a\nu} I_{b\nu}(T(s))}_{\text{Émission propre}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \kappa_{d\nu} P_\nu(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) l_\nu(s, \hat{\Omega}') d\Omega'}_{\text{Renforcement par diffusion}} \end{aligned}$$

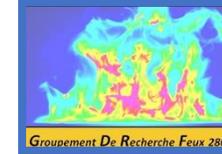
## A résoudre...

Conditions aux limites types pour frontières opaques à propriétés diffuses :

$$l_\nu(s_p, \hat{\Omega}) = \epsilon_\nu I_{b\nu}(T(s_p)) + \frac{1 - \epsilon_\nu}{\pi} \int_{\hat{\Omega}' \cdot \hat{n} < 0} l_\nu(s_p, \hat{\Omega}') |\hat{\Omega}' \cdot \hat{n}| d\Omega' \quad (92)$$

Cas des frontières noires :  $\epsilon_\nu = 1$  et donc  $l_\nu(s_p, \hat{\Omega}) = I_{b\nu}(T(s_p))$

# Rayonnement... approfondissement



*Focus*

Loi de Beer...

... vous connaissez...

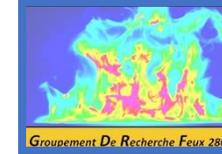
## APPLICATION À UN MILIEU FROID

Hypothèses : non émissif ( + milieu non diffusant, homogène ici)

$$\frac{dl_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{ds} + \kappa_{a\nu} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = 0$$

+ condition en  $s = 0$  :  $l_{\nu}(0, \hat{\Omega}) = l_{\nu 0}$

# Rayonnement... approfondissement



*Focus*

Loi de Beer...

... vous connaissez...

## APPLICATION À UN MILIEU FROID

Hypothèses : non émissif ( + milieu non diffusant, homogène ici)

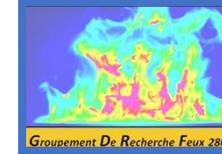
$$\frac{dl_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{ds} + \kappa_{a\nu} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = 0$$

+ condition en  $s = 0$  :  $l_{\nu}(0, \hat{\Omega}) = l_{\nu 0}$

Solution :

$$l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = l_{\nu 0} e^{-\kappa_{a\nu} s}$$

# Rayonnement... approfondissement



Loi de Beer...  
... vous connaissez...

## APPLICATION À UN MILIEU FROID

Hypothèses : non émissif ( + milieu non diffusant, homogène ici)

$$\frac{dl_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{ds} + \kappa_{a\nu} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = 0$$

+ condition en  $s = 0$  :  $l_{\nu}(0, \hat{\Omega}) = l_{\nu 0}$

Solution :

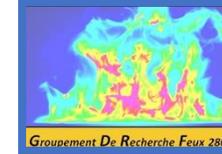
$$l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = l_{\nu 0} e^{-\kappa_{a\nu} s}$$

Rapport des luminances en  $s$  et en  $0$  :

$$\tau_{\nu} = \frac{l_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{l_{\nu 0}} = e^{-\kappa_{a\nu} s}$$

(loi de Beer-Lambert pour la transmittance)

# Rayonnement... approfondissement



*Focus*

## Emissivité d'une flamme

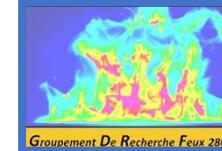
### MILIEU ABSORBANT ÉMISSIF NON DIFUSANT

Hypothèses : homogène, isotherme

$$\frac{dl_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{ds} + \kappa_{a\nu} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = \kappa_{a\nu} l_{b\nu}(T) \quad (100)$$

+ condition en  $s = 0$  :  $l_{\nu}(0, \hat{\Omega}) = l_{\nu 0}$

# Rayonnement... approfondissement



*Focus*

## Emissivité d'une flamme

### MILIEU ABSORBANT ÉMISSIF NON DIFFUSANT

Hypothèses : homogène, isotherme

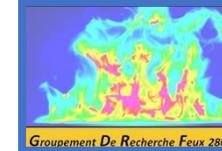
$$\frac{dl_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{ds} + \kappa_{a\nu} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = \kappa_{a\nu} I_{b\nu}(T) \quad (100)$$

+ condition en  $s = 0$  :  $l_{\nu}(0, \hat{\Omega}) = I_{\nu 0}$

Solution :

$$l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = I_{\nu 0} e^{-\kappa_{a\nu} s} + (1 - e^{-\kappa_{a\nu} s}) I_{b\nu}(T) \quad (101)$$

# Rayonnement... approfondissement



## Emissivité d'une flamme

### MILIEU ABSORBANT ÉMISSIF NON DIFFUSANT

Hypothèses : homogène, isotherme

$$\frac{dl_{\nu}(s, \hat{\Omega})}{ds} + \kappa_{a\nu} l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = \kappa_{a\nu} I_{b\nu}(T) \quad (100)$$

+ condition en  $s = 0$  :  $l_{\nu}(0, \hat{\Omega}) = I_{\nu 0}$

Solution :

$$l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = I_{\nu 0} e^{-\kappa_{a\nu} s} + (1 - e^{-\kappa_{a\nu} s}) I_{b\nu}(T) \quad (101)$$

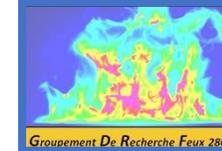
Si le rayonnement incident en 0 est négligeable devant l'émission propre du milieu, on obtient :

$$l_{\nu}(s, \hat{\Omega}) = (1 - e^{-\kappa_{a\nu} s}) I_{b\nu}(T) \quad (102)$$

A l'origine du concept d'émissivité d'une couche chaude isotherme :

$$\epsilon_{\nu} = 1 - e^{-\kappa_{a\nu} L} \quad (103)$$

# Rayonnement... approfondissement



Quelles méthodes de résolution?

- ▶ Solutions exactes... pour les cas 1D homogènes simplifiés ;
- ▶ Solutions approchées... faciles à implémenter mais +/- valables et restreintes à des situations asymptotiques (exp : *Approximation de Rosseland* pour des milieux épais, décomposition en harmoniques sphériques type  $P_1$  ou  $P_N$ ) ;
- ▶ Méthodes basées sur une discrétisation angulaire (méthode deux flux, MOD, MVF)... potentiellement plutôt précises, mais plus coûteuses... et attention aux effets de rayons, à la diffusion numérique ;
- ▶ Méthodes de Monte Carlo... les plus précises, mais les plus coûteuses ? (de plus en plus "la" référence).