Comprendre le rayonnement dans un milieu semi-transparent par la méthode de Monte Carlo

Bernard Porterie (IUSTI UMR 7343)
Pascal Boulet (LEMTA UMR 7563)
Denis Lemonnier (PPRIME UPR 3346)

Partie II (B.Porterie – 1h30): Comprendre le rayonnement dans un Milieu Semi-Transparent par la méthode de Monte Carlo (MMC)

1. **Introduction**
2. **Fondements de la MMC**
3. **Mise en œuvre de la MMC**
4. **Algorithme général**
5. **Applications**

Milieux semi-transparents

MST : transmission partielle du rayonnement à l'intérieur de certaines bandes spectrales en associant les processus optiques d'absorption, d'émission et de diffusion

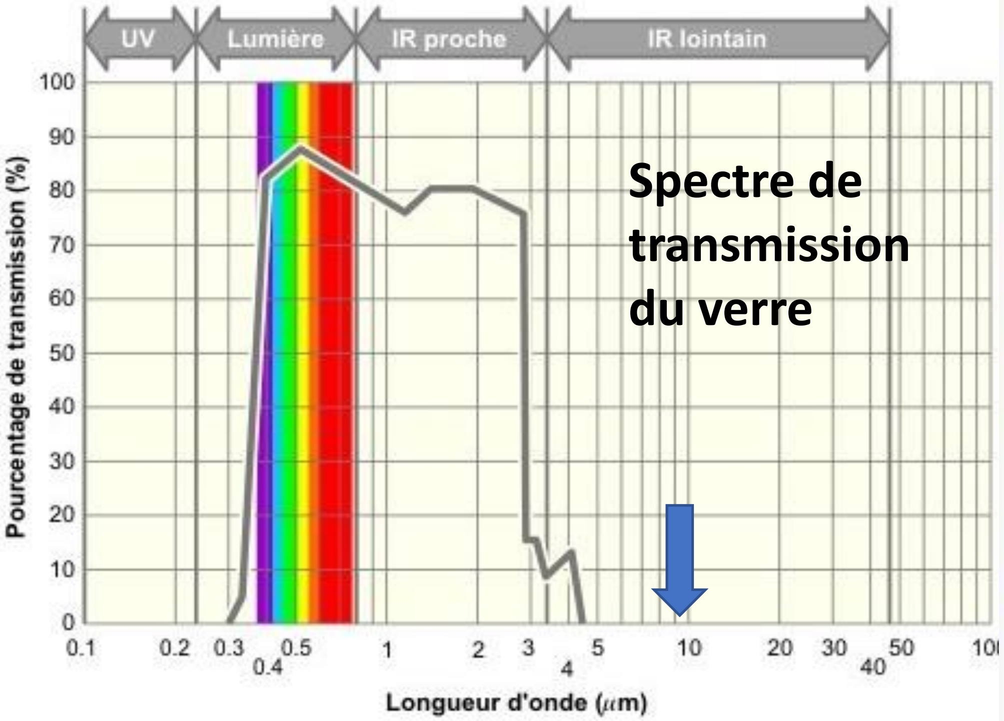


Image d'un individu donnée par la caméra infrarouge sans vitre

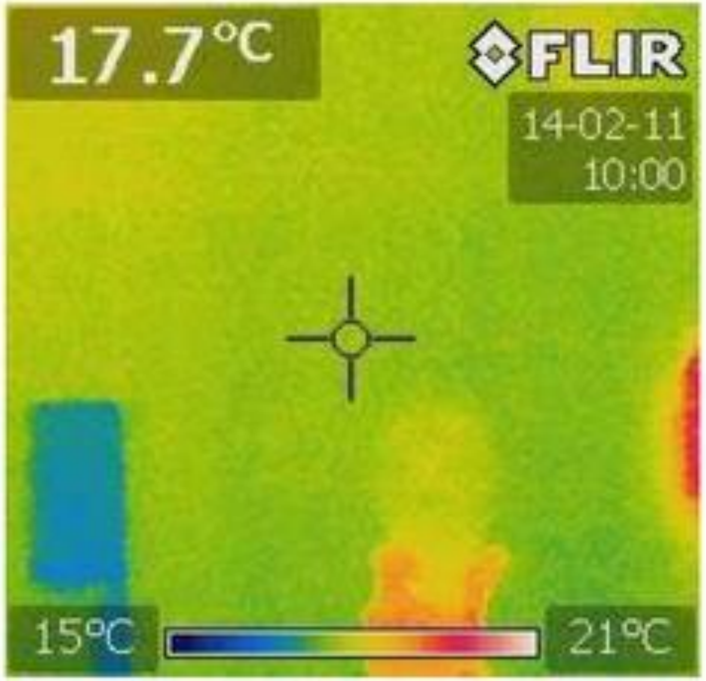


Image d'un individu derrière une vitre donnée par la caméra infrarouge

Cet individu, émettant dans l'IR lointain (Loi de Wien: $\lambda = \frac{2898}{T(K)} = 9.5\mu m$), n'est plus visible derrière la vitre

Milieux semi-transparents

Milieux transparents ⟷ MST ⟷ Milieux opaques

Absorption nulle
(pas d'échauffement
par rayonnement)

Transmission nulle
Echange d'énergie en
surface

MST en écoulement:

- le rayonnement agit comme une source volumique dans l'équation de l'énergie

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_{cond} - \nabla \cdot \mathbf{q}_{ray} + S$$

- Couplage dynamique/thermique
  ➔ modifications de l'écoulement, des températures et des flux

Milieu semi transparent

- Absorbe
- Emet
- Diffuse

Exemples :

- Solides
  - verre, polymères, etc.
- Liquides
  - eau, hydrocarbures, etc.
- Gaz
  - CO_2, CO, H_2O, CH_4,… $\cancel{O}_2$ $\cancel{N}_2$
  - gaz + particules (suies, gouttelettes)
  - air sec : transparent

Molécules homo-nucléaires (pas de moment dipolaire)

CALCUL DU RAYONNEMENT DANS UN MST

- Méthodes déterministes: on résout l'ETR (directionnelle et intégro-différentielle)

$$\vec{\Omega}.\overrightarrow{\nabla L}(P,\vec{\Omega}) = -\beta L(P,\vec{\Omega}) + \kappa L^0(T_P) + \frac{\sigma_s}{4\pi}\int_{4\pi} L(P,\vec{\Omega}')\Phi(P,\vec{\Omega},\vec{\Omega}')d\Omega'$$

  - Méthode des Ordonnées Discrètes, Transferts Discrets, Volumes Finis,…
  - bonne précision
  - rapide (faible CPU)
- Méthodes stochastiques ou probabilistes
  - Lancer de rayons, Monte Carlo,…
  - très précise (méthode de référence ~ expérience)
  - lente (grand CPU→ calcul intensif)

OBJET DU COURS

Comprendre le rayonnement dans un MST par la méthode de Monte Carlo (MMC)

La MMC

Phénomène physique = suite de processus aléatoires
Variables d'état= moyennes des valeurs obtenues après un grand nombre d'essais

En transfert radiatif

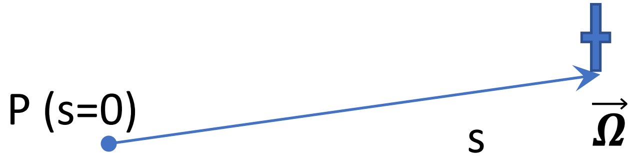
Le rayonnement est simulé en envoyant un très grand nombre de photons qui subissent une succession d'événements dont les caractéristiques sont fixées aléatoirement.
On utilise pour cela des **lois statistiques** qui vérifient les **lois macroscopiques du rayonnement**

Applications

Facteurs de forme simples ou complexes
Neutronique
Conduction et transferts couplés (flammes, rentrée atmosphérique, fours,…)
Jeux vidéos (ombrages, textures, trajectoires de tirs,…)

La MMC

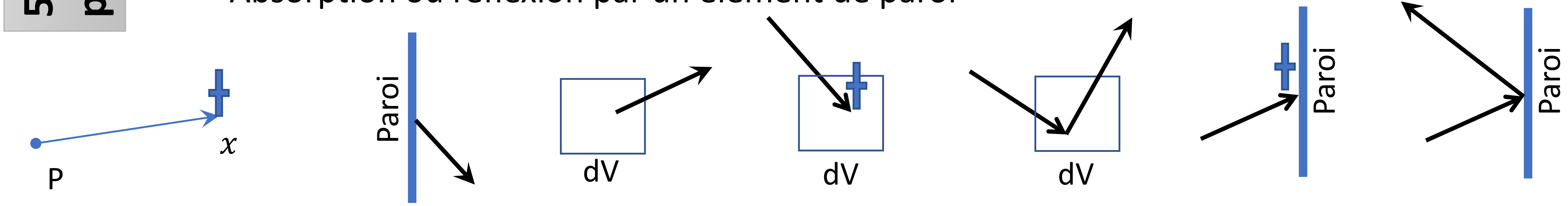
En un point P du MST, un paquet de photons est émis dans la direction $\vec{\Omega}$



Cet ensemble de photons constitue un **quantum d'énergie par udt (W)** qui, si le milieu est infini va se propager dans la direction $\vec{\Omega}$ jusqu'à extinction (par absorption ou diffusion/changement de direction optique). Hypothèse: **quantum indivisible** ➔ extinction brutale à la distance s du point P

5 Evénements probables

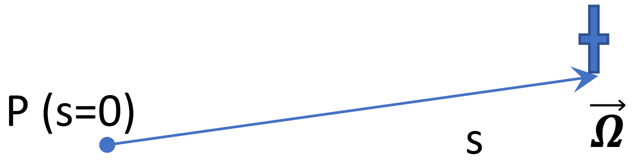
- Propagation jusqu'à absorption ou diffusion du quantum➔ distance ??
- Emission à partir d'un élément de paroi
- Emission à partir d'un élément de volume du milieu
- Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu
- Absorption ou réflexion par un élément de paroi



❖ On suit l'histoire de N quanta depuis leur émission jusqu'à leur extinction
❖ On moyenne les résultats obtenus pour calculer les grandeurs macroscopiques (flux pariétaux, sources vol.)

Notions mathématiques

Ex.: en un point P du milieu, un quantum est émis dans la direction $\vec{\Omega}$ et s'éteint après avoir parcouru une distance s



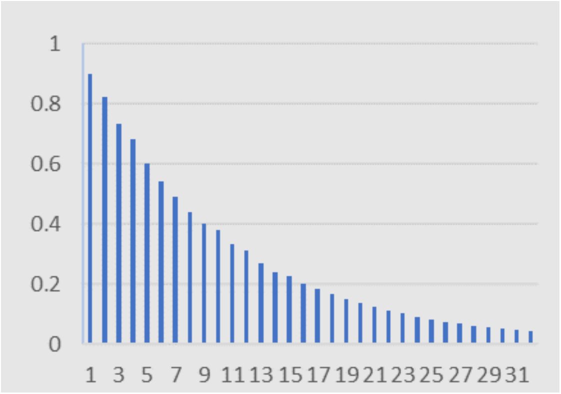
Fonction de répartition

$$F_s(x) = P(s \le x), x > 0 \quad \longrightarrow \quad F_s(0) = 0 \;\; et \;\; F_s(\infty) = 1$$

Probabilité de trouver s dans $[a, b]$: $\quad F_s(a \le s \le b) = F_s(b) - F_s(a)$

Densité de probabilité

Partition de $[0, \infty[$ en segments de largeur Δx.
On compte les quanta qui tombent dans chacun des segments
➔ histogramme
Pour $\Delta x \to 0$ et après normalisation (par le nombre total de quanta émis): histogramme ➔ courbe continue = **pdf**



$$f_s(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x \le s \le x + \Delta x)}{\Delta x}$$

$$f_s(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F_s(x + \Delta x) - F_s(x)}{\Delta x} = \frac{dF_s(x)}{dx}$$

On retiendra:

pdf = (FdR)'

FdR = $\int pdf$

- On suit l'histoire de N quanta depuis leur émission jusqu'à leur absorption/diffusion (changement de direction)

5 Evénements probables

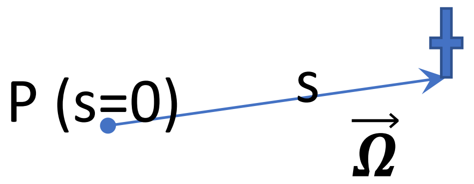
- Propagation jusqu'à absorption ou diffusion du quantum → distance ??
- Emission à partir d'un élément de paroi
- Emission à partir d'un élément de volume du milieu
- Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu
- Absorption ou réflexion par un élément de paroi

- On moyenne les résultats obtenus pour calculer les grandeurs macroscopiques (flux pariétaux, sources vol.)

Longueur parcourue avant absorption ou diffusion

Ex. d'un milieu gris (propriétés radiatives indépendantes de la longueur d'onde) **absorbant de coefficient d'absorption κ**

En un point P du milieu, un quantum est émis dans la direction $\overrightarrow{\Omega}$



$s(\kappa)$ ➔ pas de solution exacte
Seule loi: loi macroscopique d'atténuation de la luminance le long du chemin optique

$$L(s) = L(0)exp(-\kappa s)$$

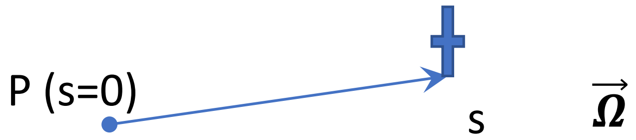
Loi macroscopique: s'applique à un grand nombre de quanta et non à un événement isolé comme l'absorption d'un seul quantum

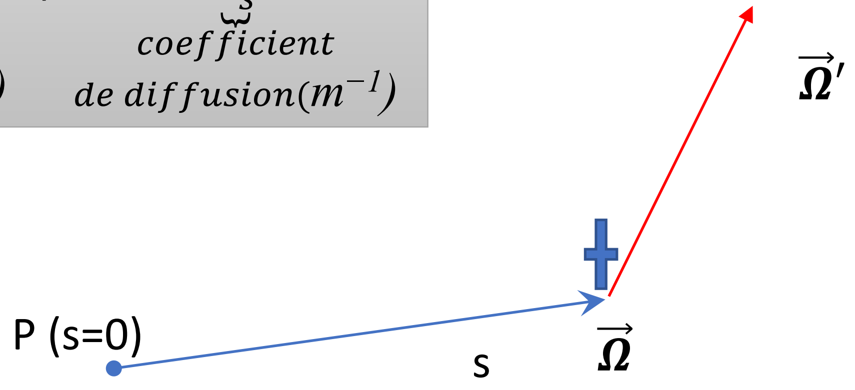
Longueur parcourue avant absorption ou diffusion

Pour un milieu gris absorbant et diffusant

La distance parcourue dépend du coefficient d'extinction β du milieu:

$$\underbrace{\beta}_{\substack{coefficient \\ d'extinction(m^{-1})}} = \underbrace{\kappa}_{\substack{coefficient \\ d'absorption(m^{-1})}} + \underbrace{\sigma_s}_{\substack{coefficient \\ de\, diffusion(m^{-1})}}$$

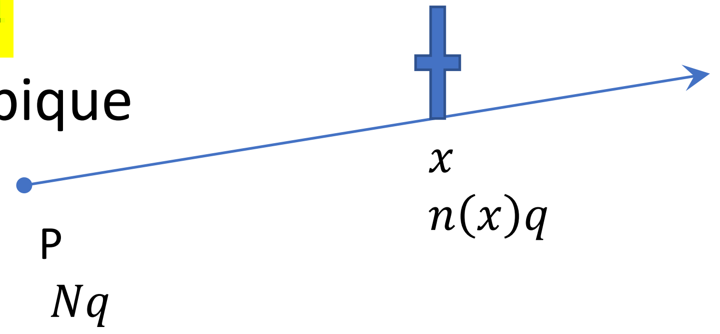




Loi macroscopique d'atténuation de la luminance le long du chemin optique

$$\underbrace{L(s) = L(0)exp(-\kappa s)}_{milieu\ absorbant} \Rightarrow \underbrace{L(s) = L(0)exp(-\beta s)}_{milieu\ absorbant-diffusant}$$

Longueur parcourue avant absorption ou diffusion



Les lois statistiques f_s et F_s se déduisent de la loi macroscopique

$$L(x) = L(0)exp(-\beta x)$$

En P: $L(0) \propto Nq$ *et* en x: $L(x) \propto n(x)q$

Loi d'atténuation : $n(x)\cancel{q} = N\cancel{q}\, exp(-\beta x)$

Le nombre de quanta absorbés ou diffusés dans un intervalle Δx au voisinage de x est

$$\Delta n = N\beta exp(-\beta x)\Delta x$$

$$P(x \leq s \leq x + \Delta x) = \frac{\Delta n}{N} = \beta exp(-\beta x)\Delta x$$

$$f_s(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x \leq s \leq x + \Delta x)}{\Delta x} = \beta exp(-\beta x)$$

$$F_s(x) = \int_0^x f_s(x')dx' = 1 - exp(-\beta x)$$

$F_s(x)$ est la FdR imposée par la loi macroscopique d'atténuation, avec ……$0 \leq F_s(x) \leq 1$

Longueur parcourue avant absorption ou diffusion

$$F_s(x) = 1 - exp(-\beta x) \qquad \text{avec } 0 \leq F_s(x) \leq 1$$

La procédure statistique est la suivante:

1. On génére un nombre aléatoire
$0 \leq R_k \leq 1$ tq $\boldsymbol{R_k = F_s(s_k)}$

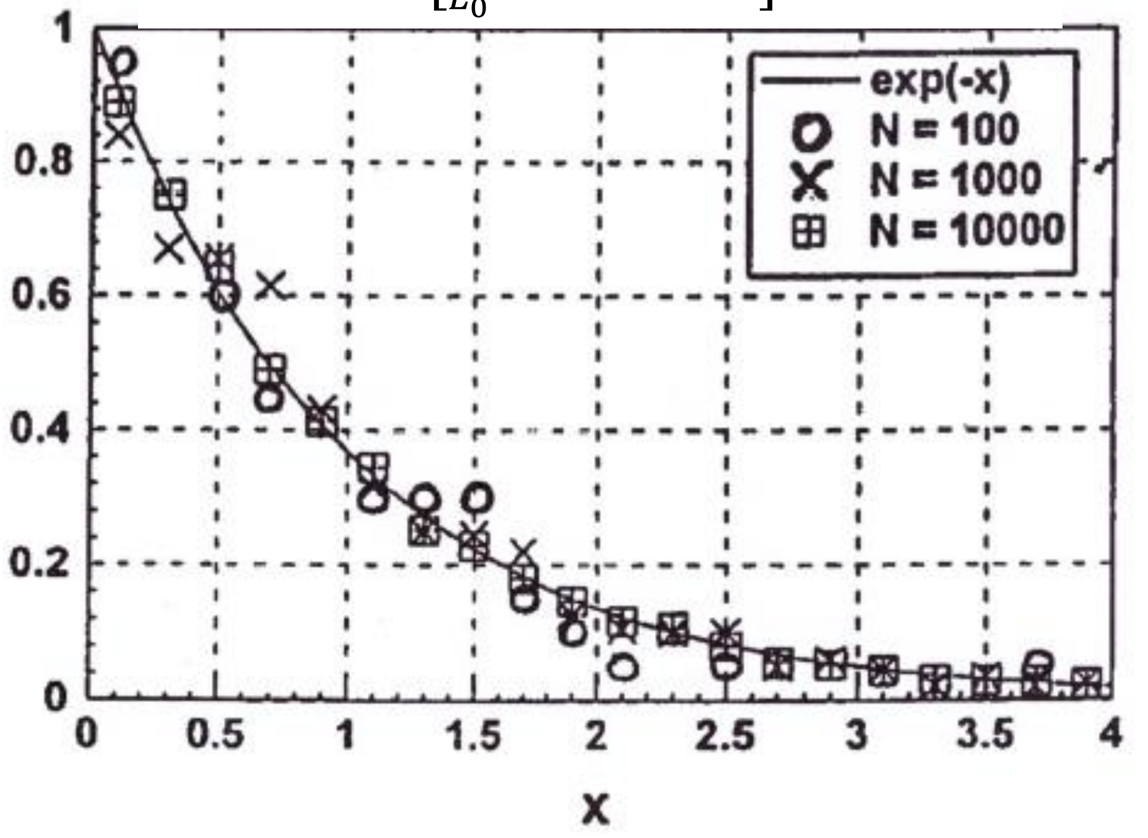
2. On inverse la FdR pour trouver la distance parcourue avant absorption:

$$R_k = 1 - exp(-\beta s_k)$$

$$\boldsymbol{s_k} = -\frac{1}{\beta} ln(1 - R_k) = \boldsymbol{-\frac{1}{\beta} ln(R_k)}$$

3. On répète les étapes 1 et 2 un très grand nombre de fois

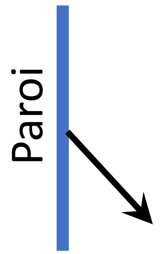
Atténuation $\left[\frac{L}{L_0} = exp(-x)\right]$ pour $\beta = 1$



❖ On suit l'histoire de N quanta depuis leur émission jusqu'à leur absorption/diffusion (changement de direction)

5 Evénements probables

- Propagation jusqu'à absorption ou diffusion du quantum → distance ??
- Emission à partir d'un élément de paroi
- Emission à partir d'un élément de volume du milieu
- Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu
- Absorption ou réflexion par un élément de paroi



❖ On moyenne les résultats obtenus pour calculer les grandeurs macroscopiques (flux pariétaux, sources vol.)

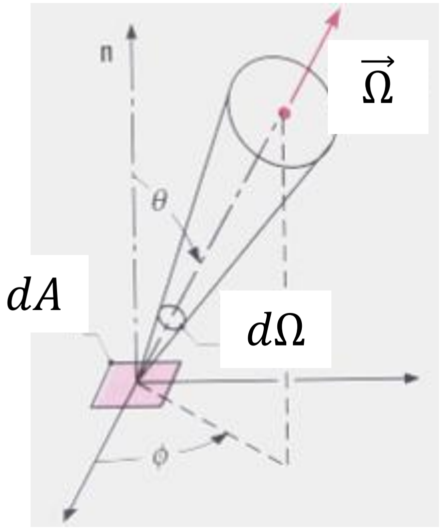
Emission à partir d'une paroi

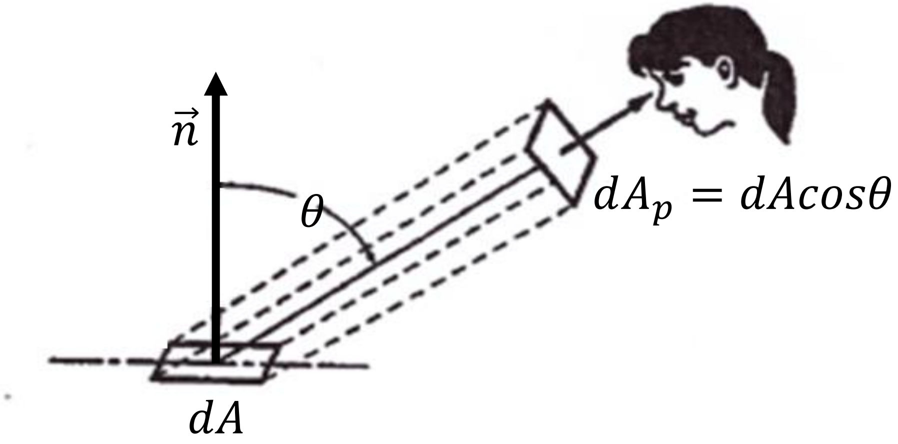
Paroi grise d'émissivité ε sur laquelle on isole un élément de surface $dA(m^2)$ isotherme à la température $T(K)$

Le flux émis par dA dans un angle solide $d\Omega$ autour de $\vec{\Omega}$ est:

$$dQ_{dA}(W) = \varepsilon \frac{\sigma T^4}{\pi} dA_p \, d\Omega \quad = \varepsilon \frac{\sigma T^4}{\pi} \; dA \, cos\theta \, d\Omega$$

$L^0(T)$: Luminance du CN à T





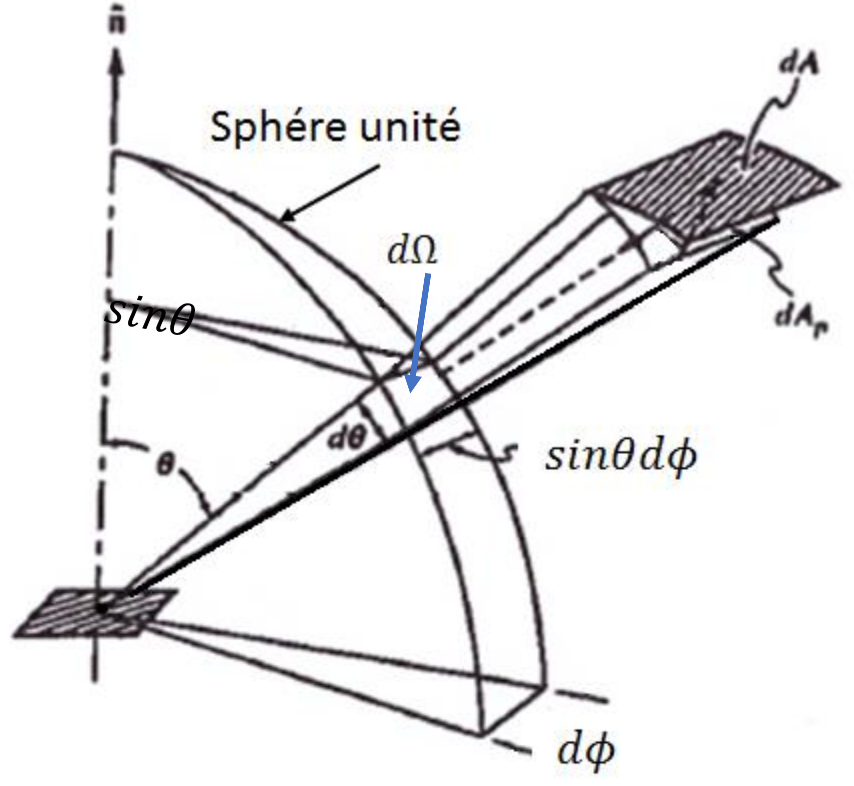
Emission à partir d'une paroi

Or l'angle solide est égal à: $d\Omega = sin\theta\ d\theta\ d\phi$

$$\Rightarrow dQ_{dA} = \varepsilon\ \frac{\sigma T^4}{\pi}\ dA\ cos\theta\ sin\theta\ d\theta d\phi$$

Par intégration, le flux total émis dans le demi-espace est alors:

$$Q_{dA}(W) = \frac{\sigma T^4}{\pi} dA \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \varepsilon\ cos\theta\ sin\theta\ d\theta d\phi$$



Hyp.: parois à émission isotrope ➔ $\varepsilon(\theta, \phi) = \varepsilon$

De sorte que:

$$Q_{dA}(W) = dA\varepsilon\ \sigma T^4$$

Emission à partir d'une paroi

Energie (par udt) transportée par chaque quantum

Si l'on veut simuler ce flux par l'émission de N quanta, l'énergie (par udt) transportée par chaque quantum doit donc être:

$$q(W) = \frac{Q_{dA}}{N} = \frac{dA\varepsilon\sigma T^4}{N} \qquad \left.\begin{array}{r} dA = 1m^2 \\ \varepsilon = 0.5 \\ T = 600K \\ N = 1000 \end{array}\right\} q = 3.7W$$

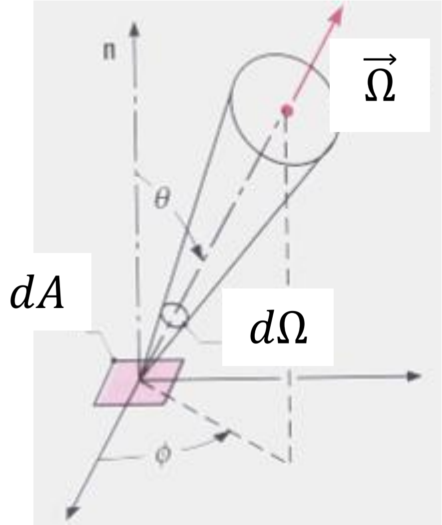
Et la loi macro s'écrit:

$$dQ_{dA} = \varepsilon \frac{\sigma T^4}{\pi} \; dA\, cos\theta \; sin\theta \; d\theta d\phi$$

ou

$$dQ_{dA} = q \; \frac{Ncos\theta \; sin\theta \; d\theta d\phi}{\pi}$$

Nombre de quanta émis par dA dans $d\Omega$ autour de $\vec{\Omega}$



Emission à partir d'une paroi

Direction d'émission d'un quantum

En pratique, l'émission d'un quantum correspond à la génération aléatoire des angles θ et ϕ suivant des lois de probabilité respectant la loi macroscopique.

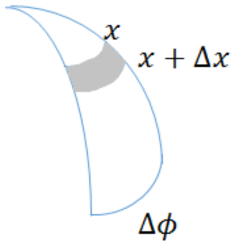
Nombre de quanta émis par dA dans $d\Omega$ autour de $\vec{\Omega}$

$$dQ_{dA} = q\,\frac{N\cos\theta\,\sin\theta\,d\theta d\phi}{\pi}$$

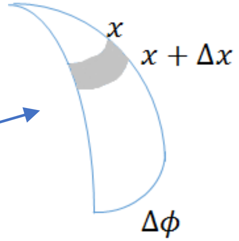
Calculons les pdfs et FdRs des variables aléatoires indépendantes θ et ϕ

Pour respecter la loi macro, le nombre de quanta émis entre $\theta = x$ et $x + \Delta x$, ϕ restant dans un intervalle donné $\Delta\phi$, doit donc être:

$$\frac{N\Delta\phi}{\pi}\cos x\,\sin x\,\Delta x$$



Pour cela, il faut que:



$$P(x \le s \le x + \Delta x) = \frac{\frac{N\Delta\phi}{\pi}\cos x\,\sin x\,\Delta x}{\frac{N\Delta\phi}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos x\,\sin x\,\Delta x} = 2\cos x\,\sin x\,\Delta x$$

Emission à partir d'une paroi

Ce qui impose pour θ entre 0 et $\pi/2$, il vient:

$$f_\theta(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x \leq \theta \leq x + \Delta x)}{\Delta x} = \quad 2\, cosx\; sinx$$

$$F_\theta(x) = \int_0^x 2cosx\; sinx\, \mathrm{dx} = \quad \sin^2 x$$

$$\boxed{0 \leq F_\theta(x) \leq 1 \Rightarrow R_\theta = sin^2\theta}$$

En faisant de même pour ϕ entre 0 et 2π, il vient:

$$f_\phi(x) = \frac{1}{2\pi}$$

$$F_\phi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^x dx = \frac{x}{2\pi}$$

$$\boxed{0 \leq F_\emptyset(x) \leq 1 \Rightarrow R_\emptyset = \frac{\emptyset}{2\pi}}$$

Emission à partir d'une paroi

DEROULEMENT DU CALCUL

- On génère 2 nombres aléatoires R_θ et R_ϕ compris entre 0 et 1
- On calcule θ en inversant la relation $R_\theta = \sin^2\theta$

  ➔ $\theta = arcsin\sqrt{R_\theta}$
- On calcule ϕ en inversant la relation $R_\phi = \dfrac{\phi}{2\pi}$

  ➔ $\phi = 2\pi R_\phi$

Emission à partir d'une paroi

DEROULEMENT DU CALCUL

- On génère 2 nombres aléatoires R_θ et R_ϕ compris entre 0 et 1
- On calcule θ en inversant la relation $R_\theta = \sin^2\theta$

  ➔ $\theta = arcsin\sqrt{R_\theta}$
- On calcule ϕ en inversant la relation $R_\phi = \frac{\phi}{2\pi}$

  ➔ $\phi = 2\pi R_\phi$

Emission à partir d'une paroi

DEROULEMENT DU CALCUL

- On génère 2 nombres aléatoires R_θ et R_ϕ compris entre 0 et 1
- On calcule θ en inversant la relation $R_\theta = \sin^2\theta$

$$\rightarrow \theta = arcsin\sqrt{R_\theta}$$

- On calcule ϕ en inversant la relation $R_\phi = \frac{\phi}{2\pi}$

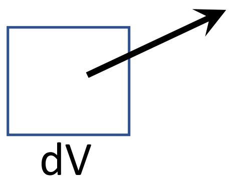
$$\rightarrow \phi = 2\pi R_\phi$$

En conclusion, pour simuler le flux radiatif $\boldsymbol{Q_{dA}(W) = dA\varepsilon\sigma T^4}$ émis par un élément de paroi $\boldsymbol{dA\ (m^2)}$, on envoie N quanta d'énergie par udt $\boldsymbol{q(W) = Q_{dA}/N}$ dans la direction $\boldsymbol{\theta = arcsin\sqrt{R_\theta}}$ et $\boldsymbol{\phi = 2\pi R_\phi}$, où R_θ et $R_\emptyset$ sont générés aléatoirement

- On suit l'histoire de N quanta depuis leur émission jusqu'à leur absorption/diffusion (changement de direction)

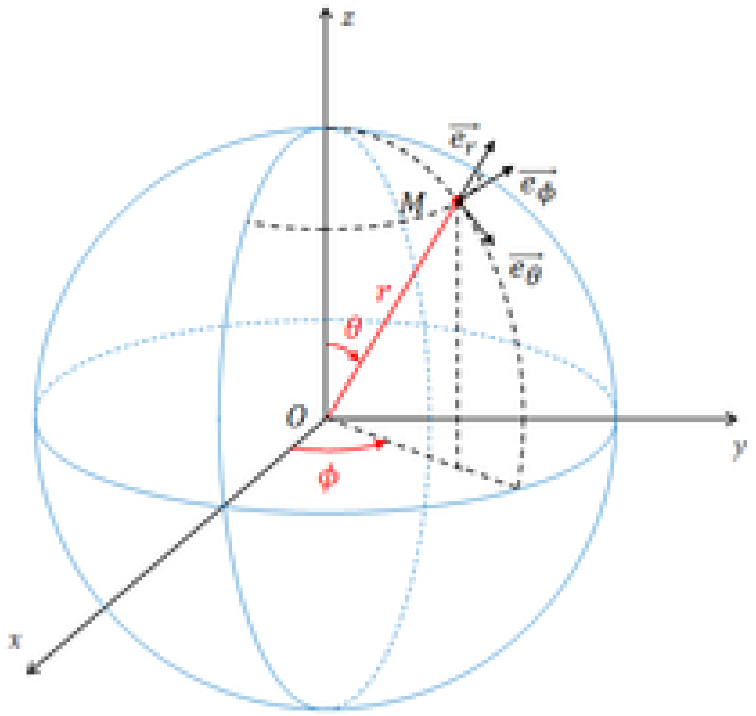
5 Evénements probables

- Propagation jusqu'à absorption ou diffusion du quantum → distance ??
- Emission à partir d'un élément de paroi
- Emission à partir d'un élément de volume du milieu
- Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu
- Absorption ou réflexion par un élément de paroi



- On moyenne les résultats obtenus pour calculer les grandeurs macroscopiques (flux pariétaux, sources vol.)

Emission à partir d'un élément de volume du milieu



Le flux émis par dV (m^3) du MST de coefficient d'absorption κ (m^{-1}), supposé isotherme, autour d'un point P est isotrope.

$$dQ_{dV}(W) = \kappa \frac{\sigma T^4}{\pi} \; dV \, d\Omega \; = \kappa \frac{\sigma T^4}{\pi} \; dV \, sin\theta \, d\theta d\phi$$

et par intégration ($0 \leq \theta \leq \pi \quad et \; 0 \leq \emptyset \leq 2\pi$)

$$dQ_{dV}(W) = 4\kappa\sigma T^4 \, dV$$

Si l'on veut simuler ce flux par l'émission de N quanta, l'énergie véhiculée par chaque quantum doit donc être:

$$q(W) = \frac{Q_{dV}}{N} = \frac{4\kappa\sigma T^4 \, dV}{N}$$

Et la loi macro s'écrit:

$$dQ_{dV} = q \, \frac{N sin\theta d\theta d\phi}{4\pi}$$

Nombre de quanta émis par dV dans l'angle solide $d\Omega$ autour de $\vec{\Omega}$

Emission à partir d'un élément de volume du milieu

pdf et FdR pour $0 \leq \theta \leq \pi \quad et\ 0 \leq \phi \leq 2\pi$

$$f_\theta(x) = \frac{1}{2} sinx \xrightarrow{\text{Intégration}} F_\theta(x) = \frac{1}{2}(1 - cosx)$$

$$f_\phi(x) = \frac{1}{2\pi} \longrightarrow F_\phi(x) = \frac{x}{2\pi}$$

Emission à partir d'un élément de volume du milieu

- On génère 2 nombres aléatoires R_θ et R_ϕ compris entre 0 et 1
- On calcule θ en inversant la relation $R_\theta = \frac{1-cos\theta}{2}$

  ➔ $\theta = arccos(1 - 2R_\theta)$
- On calcule ϕ en inversant la relation $R_\phi = \frac{\phi}{2\pi}$

  ➔ $\phi = 2\pi R_\phi$

Emission à partir d'un élément de volume du milieu

- On génère 2 nombres aléatoires R_θ et R_ϕ compris entre 0 et 1
- On calcule θ en inversant la relation $R_\theta = \frac{1-cos\theta}{2}$

  ➔ $\theta = arccos(1 - 2R_\theta)$
- On calcule ϕ en inversant la relation $R_\phi = \frac{\phi}{2\pi}$

  ➔ $\phi = 2\pi R_\phi$

Emission à partir d'un élément de volume du milieu

- On génère 2 nombres aléatoires R_θ et R_ϕ compris entre 0 et 1
- On calcule θ en inversant la relation (2.34)

$$R_\theta = \frac{1-cos\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = arccos(1-2R_\theta)$$

- On calcule ϕ en inversant la relation (2.35)

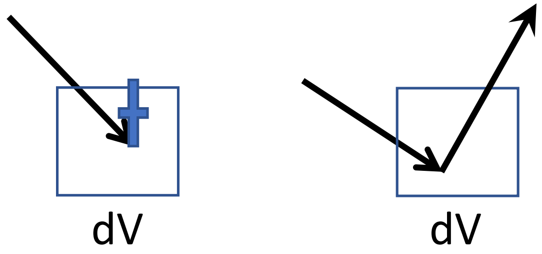
$$R_\phi = \frac{\phi}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad \phi = 2\pi R_\phi$$

En conclusion, pour simuler le flux radiatif $\boldsymbol{Q_{dV}(W) = 4\kappa\sigma T^4\, dV}$ émis par un élément de volume dV, on envoie N quanta d'énergie $\boldsymbol{q(W) = Q_{dV}/N}$ dans la direction $\boldsymbol{\theta = arccos(1-2R_\theta)}$ et $\boldsymbol{\phi = 2\pi R_\phi}$, où $\boldsymbol{R_\theta}$ et $\boldsymbol{R_\phi}$ sont générés aléatoirement.

❖ On suit l'histoire de N quanta depuis leur émission jusqu'à leur absorption/diffusion (changement de direction)

5 Evénements probables

- Propagation jusqu'à absorption ou diffusion du quantum
- Emission à partir d'un élément de paroi
- Emission à partir d'un élément de volume du milieu
- Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu
- Absorption ou réflexion par un élément de paroi



❖ On moyenne les résultats obtenus pour calculer les grandeurs macroscopiques (flux pariétaux, sources vol.)

Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu

Albédo pour un MST absorbant-diffusant

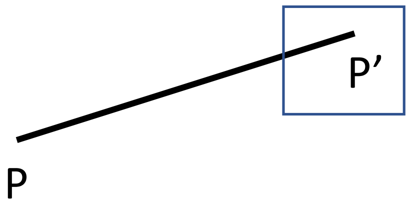
$$\omega = \frac{\sigma_s}{\beta} = \frac{\sigma_s}{\kappa + \sigma_s}$$

$$\underbrace{0}_{\substack{milieu\\ purement\\ absorbant\\ (\sigma_s=0)}} \leq \omega \leq \underbrace{1}_{\substack{milieu\\ purement\\ diffusant\\ (\kappa=0)}}$$

Puisque l'albédo est compris entre 0 et 1, on peut directement relier la valeur locale de l'albédo à la probabilité qu'un quantum soit diffusé ou absorbé par un élément de volume centré en P'

$$P(q\ diffusé) = \omega \quad ou \quad \cancel{1-\omega}$$

$$P(q\ absorbé) = 1-\omega \quad ou \quad \cancel{\omega}$$



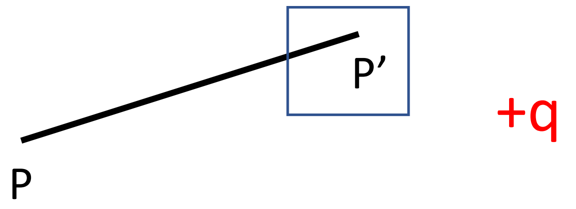
Si on tire $R_\omega \in [0, 1]$:

$R_\omega \geq \omega \rightarrow$ absorption ou ~~diffusion~~

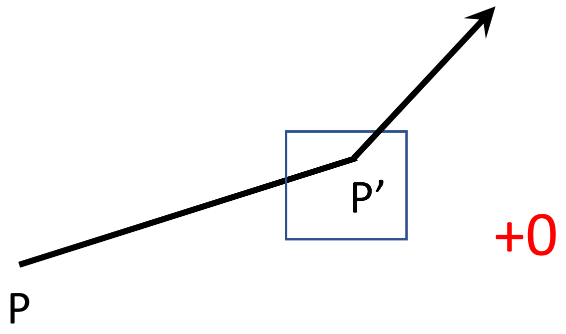
$R_\omega < \omega \rightarrow$ diffusion ou ~~absorption~~

Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu

- ✓ Absorption ➔ $V(P')$ récupère $+q$
  Le quantum meurt en P'



- ✓ Diffusion ➔ $V(P')$ ne récupère rien



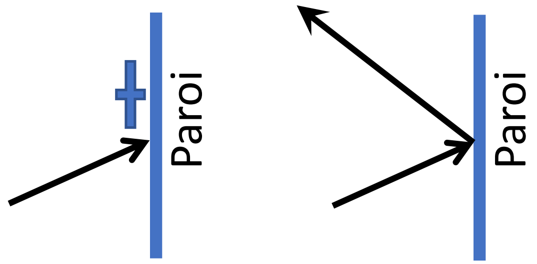
- **Diffusion isotrope**
  la direction est générée comme une émission depuis P'

- **Diffusion anisotrope**
  la direction est générée en respectant la fct de phase

- On suit l'histoire de N quanta depuis leur émission jusqu'à leur absorption/diffusion (changement de direction)

5 Evénements probables

- Propagation jusqu'à absorption ou diffusion du quantum
- Emission à partir d'un élément de paroi
- Emission à partir d'un élément de volume du milieu
- Absorption ou diffusion par un élément de volume du milieu
- Absorption ou réflexion par un élément de paroi



- On moyenne les résultats obtenus pour calculer les grandeurs macroscopiques (flux pariétaux, sources vol.)

Absorption ou réflexion par une paroi

La probabilité qu'un quantum soit absorbé ou réfléchi par un élément de paroi centré en P'' est directement relié à son émissivité ε

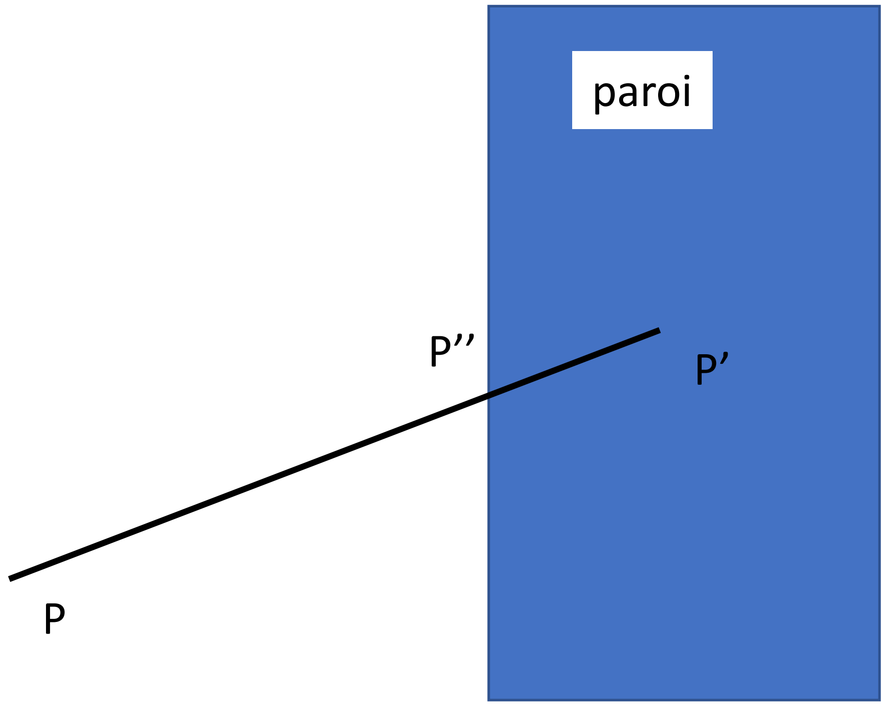
$$P(q\ réfléchi) = \cancel{\varepsilon\ ou}\ 1-\varepsilon$$

$$P(q\ absorbé) = \cancel{1-\varepsilon}\ \ ou\ \ \varepsilon$$

Si on tire $R_\varepsilon \in [0, 1]$:

$R_\varepsilon \leq \varepsilon$ ➔ ~~réflexion~~ ou absorption

$R_\varepsilon > \varepsilon$ ➔ ~~absorption~~ ou réflexion



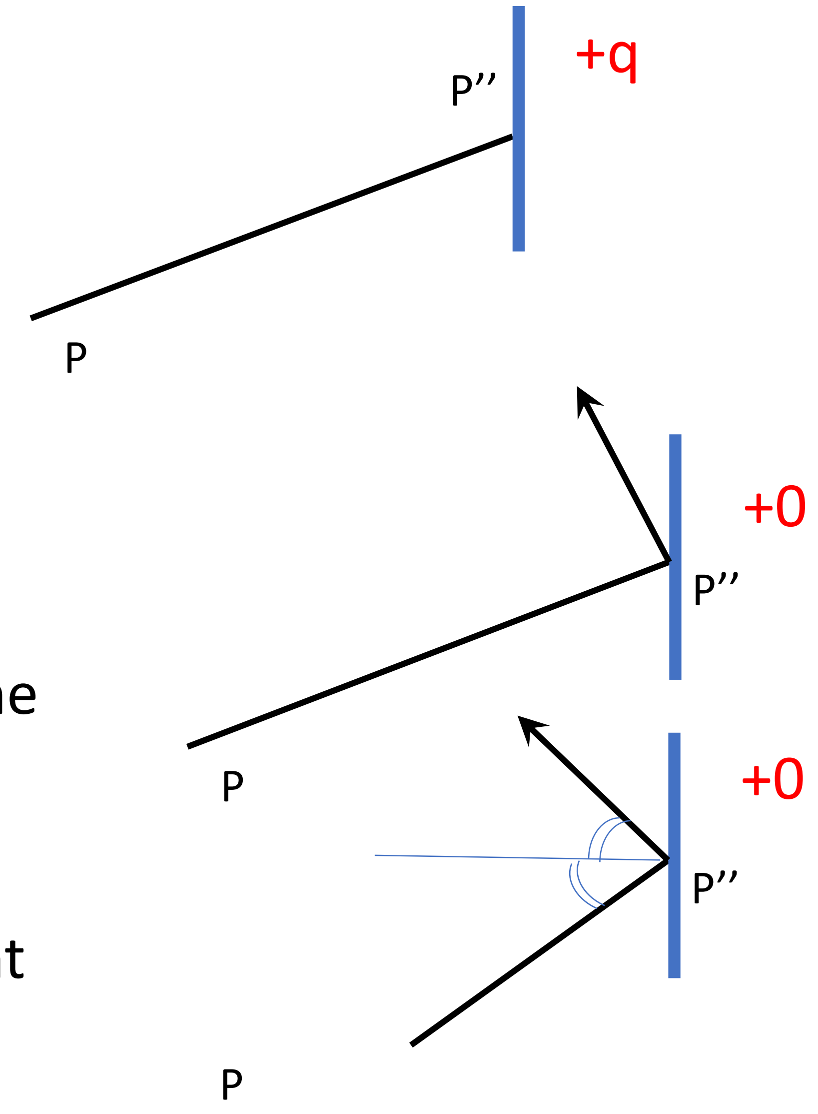
Absorption ou réflexion par une paroi

✓ Absorption ➔ $dA(P'')$ récupère $+q$
Le quantum meurt en P''

✓ Réflexion ➔ $dA(P'')$ ne récupère rien

❖ **réflexion diffuse**
la direction est générée comme une émission depuis P''

❖ **Réflexion spéculaire**
la direction est générée en conservant l'angle d'incidence



Synthèse

Phénomène radiatif	Relations nombres aléatoires/variables
Distance parcourue par un quantum avant extinction	$s = \frac{1}{\beta} ln(R_s)$
Emission élément de paroi dA	$q(W) = \frac{\varepsilon\sigma T^4}{N} dA$ $\theta = arcsin\sqrt{R_\theta}$ $\phi = 2\pi R_\phi$
Emission élément de volume dV	$q(W) = \frac{4\kappa\sigma T^4}{N} dV$ $\theta = arccos(1 - 2R_\theta)$ $\phi = 2\pi R_\phi$
Absorption ou diffusion par dV	$R_\omega \geq \omega$ ➔ absorption $R_\omega < \omega$ ➔ diffusion
Absorption ou réflexion par dA	$R_\varepsilon \leq \varepsilon$ ➔ absorption $R_\varepsilon > \varepsilon$ ➔ réflexion

Cas non gris

Les propriétés radiatives du milieu dépendent de la longueur d'onde qui devient à son tour une variable aléatoire.

Ex.: pour simuler l'émission d'un quantum, il faudra déterminer aléatoirement non seulement la direction d'émission, la longueur parcourue mais aussi **la longueur d'onde**.

➔ ..... Anthony

Algorithme général de la méthode de Monte Carlo

On étudie 2 cas réalistes:

- Milieu semi-transparent **à température imposée**
- Milieu semi-transparent **à l'équilibre radiatif**

Milieu à température imposée

Objectif:

- calcul des sources radiatives (terme $S_R = -\vec{\nabla}.\overrightarrow{q_R}$ dans l'équation de l'énergie)
- Calcul des flux radiatifs aux parois

Source radiative en dV:

$$Q_{dV,absorbé} = \sum_{n=1}^{N_{dV}} q_n$$

Où N_{dV} est le nombre de quanta q_n absorbés par dV

$$Q_{dV,émis} = 4\kappa\sigma T^4 dV$$

$$S_R = \frac{Q_{dV,absorbé} - Q_{dV,émis}}{dV} = \frac{1}{dV}\sum_{n=1}^{N_{dV}} q_n - 4\kappa\sigma T^4$$

Flux aux parois: $dQ_{dA} = \frac{1}{dA}\sum_{n=1}^{N_{dA}} q_n$

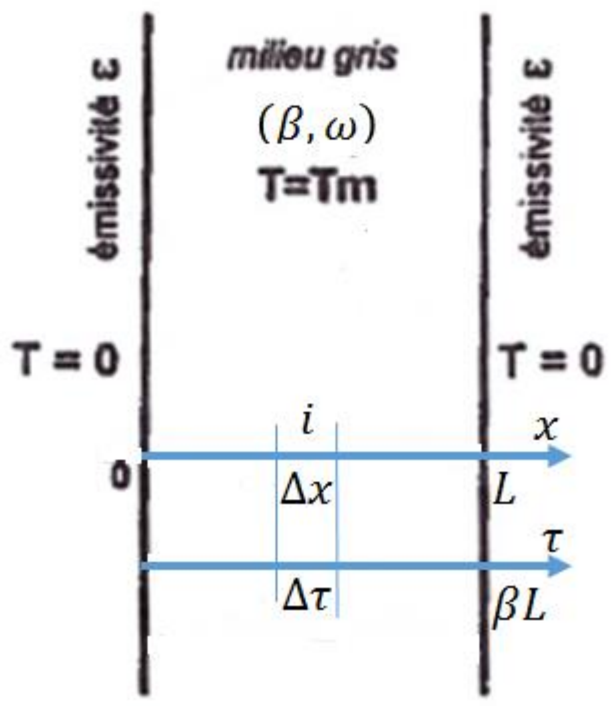
Où N_{dA} est le nombre de quanta q_n absorbés par dA

DEROULEMENT DU CALCUL

Pour chaque élément de volume ou de paroi susceptible d'émettre, on procède de la façon suivante:

1. On se fixe un nombre de quanta à émettre N
2. On attribue à chaque quantum une énergie: $q = \frac{\varepsilon\sigma T^4 dA}{N}$ ou q= $= \frac{4\kappa\sigma T^4 dV}{N}$
3. On envoie un quantum
4. On génère R_θ et R_ϕ pour calculer la direction d'émission:
   Si dA: $(\theta, \phi) = \left(arcsin\sqrt{R_\theta}, 2\pi R_\phi\right)$ ou si dV: $(\theta, \phi) = \left(arccos(1 - 2R_\theta), 2\pi R_\phi\right)$
5. On génère R_s pour calculer la distance parcourue avant absorption ou diffusion: $s = -lnR_s/\beta$
6. On calcule la position du point d'extinction P':
   - si $P'\epsilon$ milieu, on génère R_ω et on compare à ω (abs. ou diffusion)
   - si P' au-delà de la paroi, on génère R_ε et on compare à ε (abs. ou réflexion)
7. Si absorption par dA (ou dV), on affecte +q à dA (ou dV) et on passe à 3
8. Si réflexion (ou diffusion), on retourne à 4 sans affecter d'énergie à dA (ou dV)
9. Après avoir émis N quanta, on passe à l'élément d'émission suivant
10. Lorsque tous les éléments d'émission ont été parcourus, on calcule les sources radiatives et les flux pariétaux

Exemple du calcul des sources radiatives dans un milieu gris à température imposée (Figure 2.5).



Problème 1D/MST gris absorbant-diffusant-isotherme ($T = T_m$) /parois grises diffuses à T=0

➔ on divise le milieu en tranches i ($i = 1,2,..,imax$) de largeur Δx

On définit:

- L'épaisseur optique totale: $\tau_{max} = \beta L$ (sans dimension)
- L'épaisseur optique d'une maille: $\Delta\tau = \tau_{max}/imax = \beta\Delta x$

➔ $\kappa\Delta x = (\beta - \sigma_s)\Delta x = \beta(1-\omega)\Delta x = (1-\omega)\Delta\tau$

Flux émis par la tranche i : $Q_i^{émis} = 4\kappa\Delta x A\sigma T_m^4 = 4(1-\omega)\Delta\tau A\sigma T_m^4$

A: surface arbitraire dans le plan perpendiculaire à x (ex: $A = 1m^2$)

Si N est le nombre de quanta émis par la tranche i, l'énergie de chaque quantum est alors:

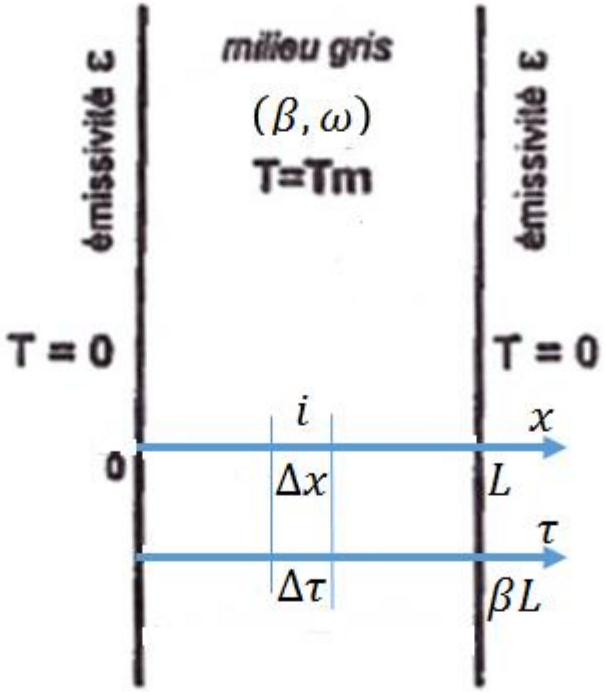
$$q = \frac{Q_i^{émis}}{N} = \frac{4(1-\omega)\Delta\tau}{N} A\sigma T_m^4$$

Si n_i est le nombre de quanta absorbés par la tranche i, alors:

$$S_R = \frac{n_i q - Q_i^{émis}}{dV} = \frac{q}{A\Delta x}(n_i - N)$$

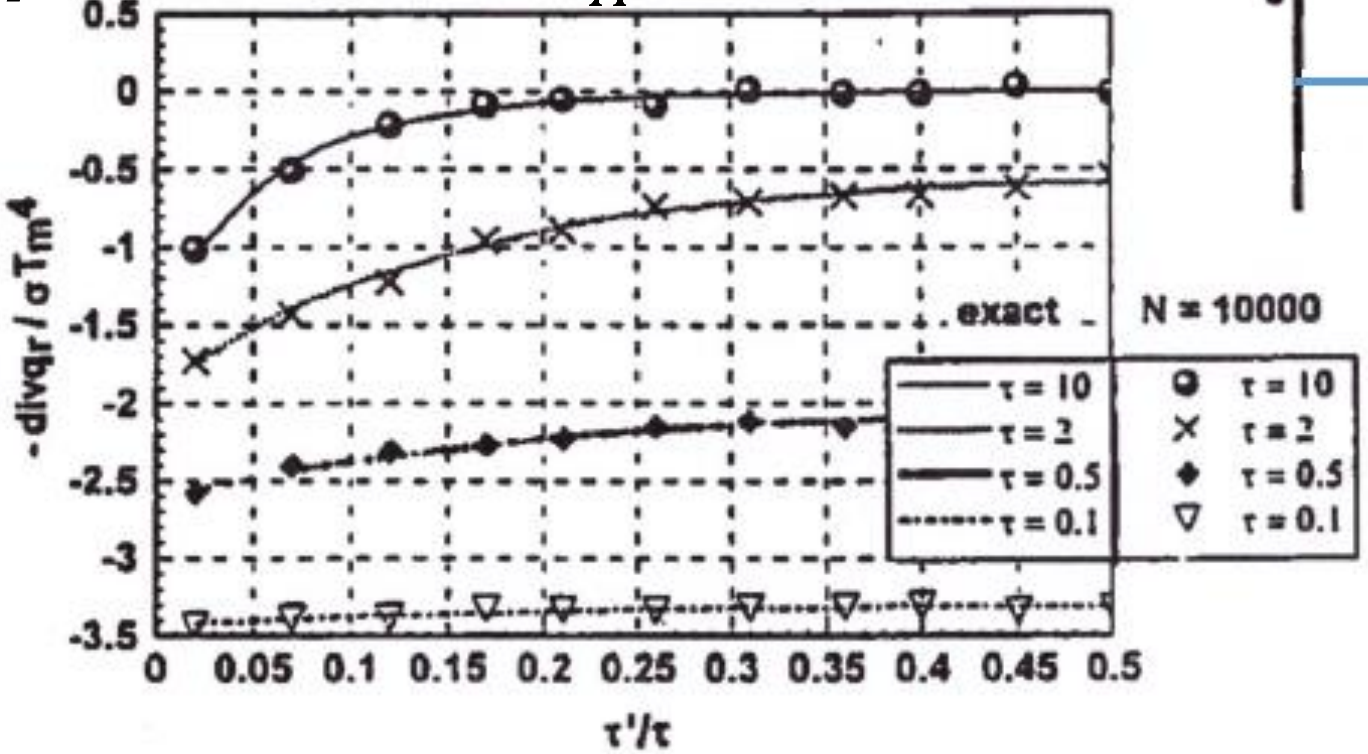
Et aux parois (n_{p1} et n_{p2}: nombre de quanta absorbés en $x = 0$ et $x = L$):

$$q_1 = \frac{q}{A} n_{p1} \qquad q_2 = \frac{q}{A} n_{p2}$$



Le pb est ici symétrique

➔ $q_1 \sim q_2$



Milieu à l'équilibre radiatif

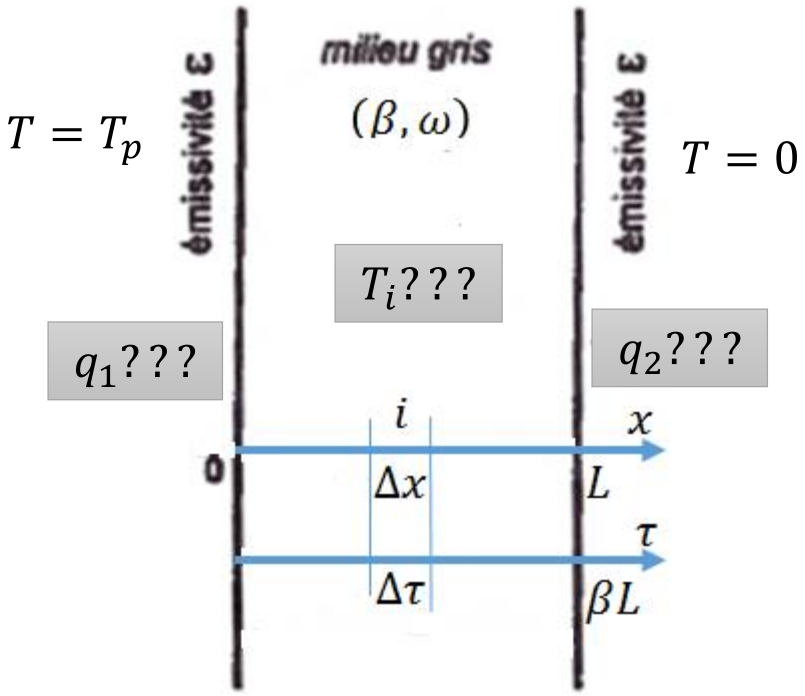
Définition:

un milieu à l'équilibre radiatif est tq: $\boldsymbol{S_R = 0}$ (émission=absorption en tout point)

Objectif:

- calcul de la température du milieu
- Calcul des flux radiatifs incidents aux parois

Ex du problème 1D

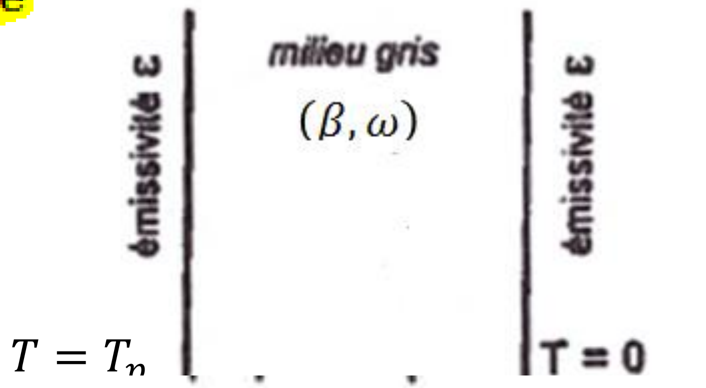


DEROULEMENT DU CALCUL

Pour chaque élément de paroi à T_p susceptible d'émettre, on procède de la façon suivante:

1. On se fixe un nombre de quanta à émettre N
2. On attribue à chaque quantum une énergie: $q = \frac{\varepsilon\sigma T_p^4 dA}{N}$
3. On envoie un quantum
4. On génère R_θ et R_ϕ pour calculer la direction d'émission: $(\theta, \phi) = \left(arcsin\sqrt{R_\theta}, 2\pi R_\phi\right)$
5. On génère R_s pour calculer la distance parcourue avant absorption ou diffusion: $s = -lnR_s/\beta$
6. On calcule la position du point d'extinction P':
    - si $P'\epsilon$ milieu, on génère R_ω et on compare à ω (abs. ou diffusion)
    - si P' au-delà de la paroi, on génère R_ε et on compare à ε (abs. ou réflexion)
7. Si absorption par élément de volume, $+q$ à dV et on réémet un nouveau quantum dans la direction: $(\theta, \phi) = \left(arccos(1 - 2R_\theta), 2\pi R_\phi\right)$ et on retourne à 5
8. Si absorption par élément de paroi, $+q$ à dA et on retourne à 4
9. Après avoir émis N quanta, on passe à l'élément d'émission de paroi suivant
10. Lorsque tous les éléments d'émission ont été parcourus, on calcule la température du milieu et les flux pariétaux

Exemple: milieu gris à l'équilibre radiatif entre deux parois, l'une à T_p, l'autre à $T = 0$.



MST gris absorbant/diffusant/parois grises diffuses
Problème 1D

Seule la paroi chaude émet et si N est le nombre de quanta émis, par dA, l'énergie de chaque quantum es

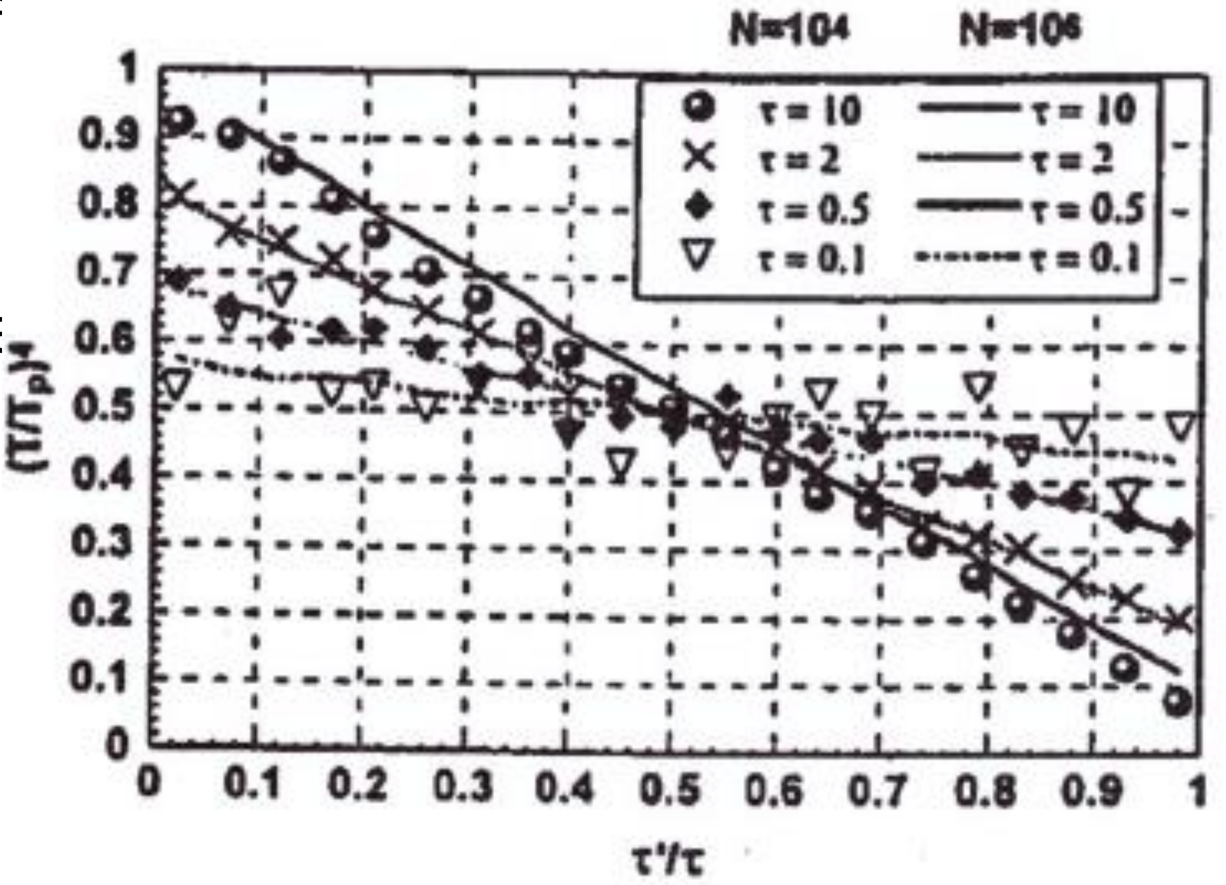
$$q = \frac{Q_{paroi}^{émis}}{N} = \frac{\varepsilon}{N} A\sigma T_p^4$$

$S_R = 0$ ➔ $n_i q = Q_i^{émis}$ dans la tranche

➔ $n_i \frac{\varepsilon}{N} A\sigma T_p^4 = 4(1-\omega)\Delta\tau A\sigma T_i^4$

On en déduit la température adimensionnée

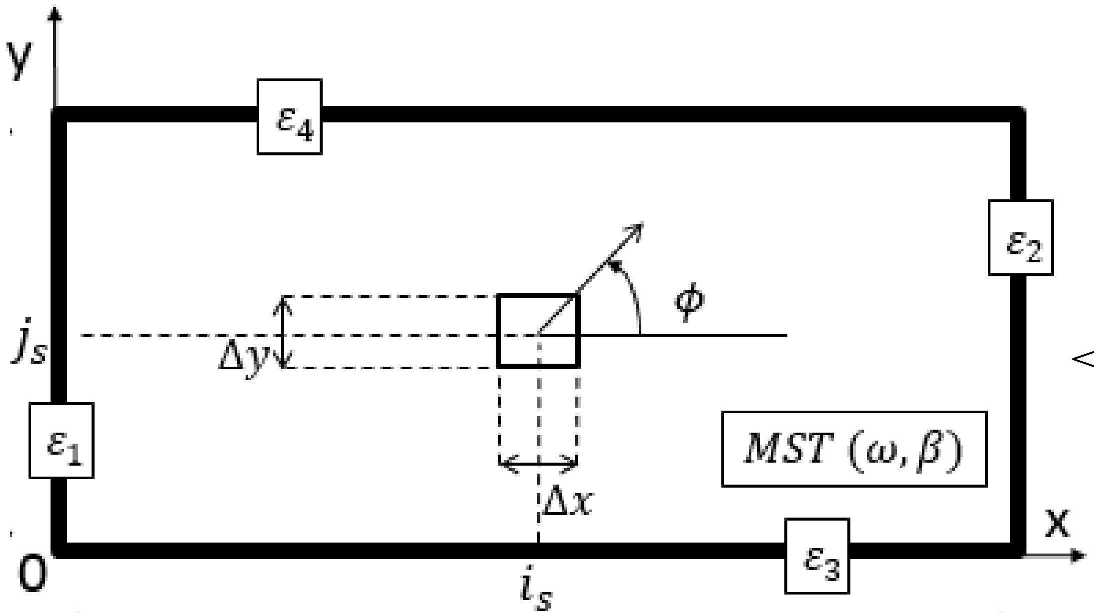
$$\left(\frac{T_i}{T_p}\right)^4 = \frac{n_i}{4(1-\omega)\Delta\tau}\frac{\varepsilon}{N}$$

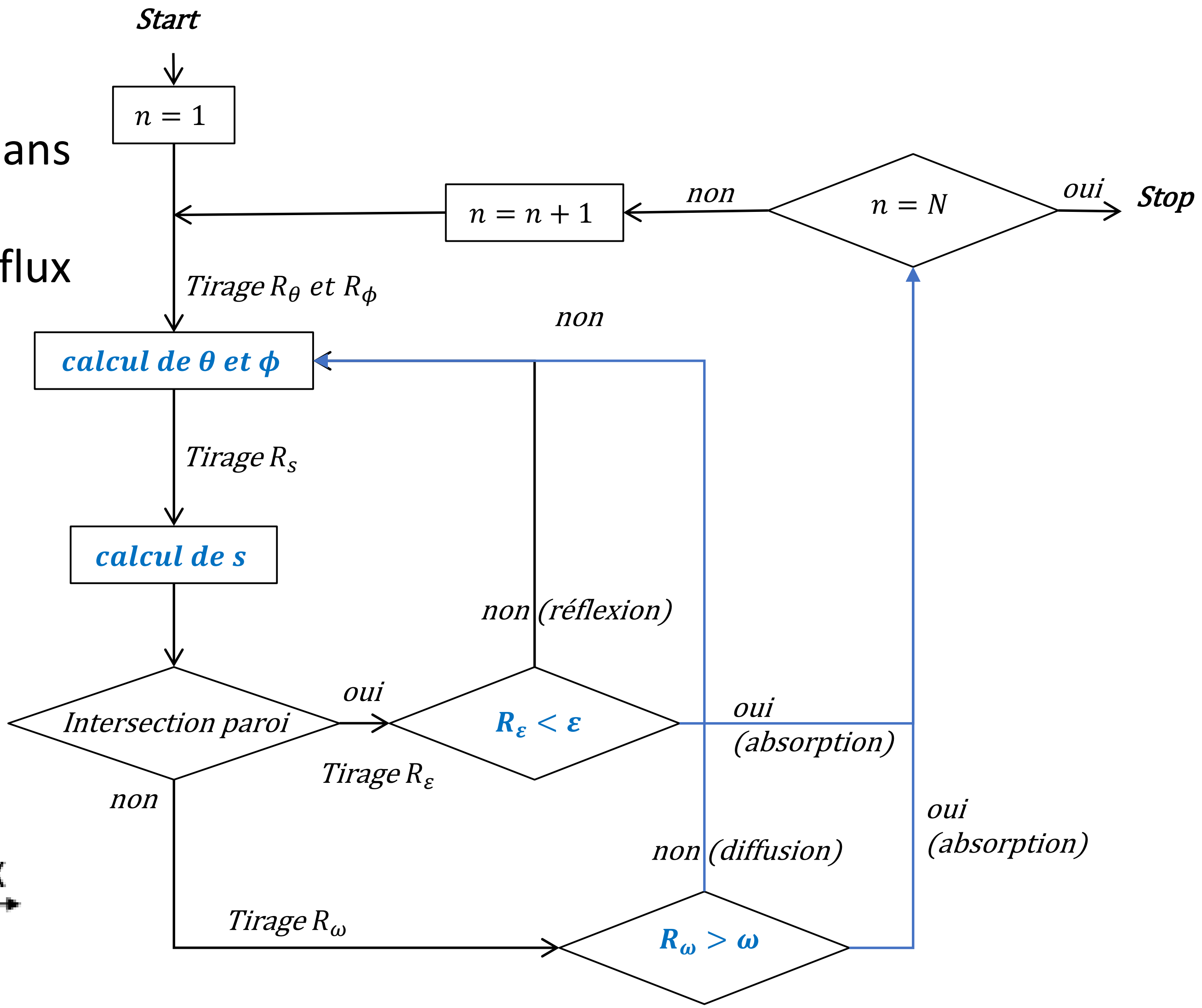


Exercice d'application:

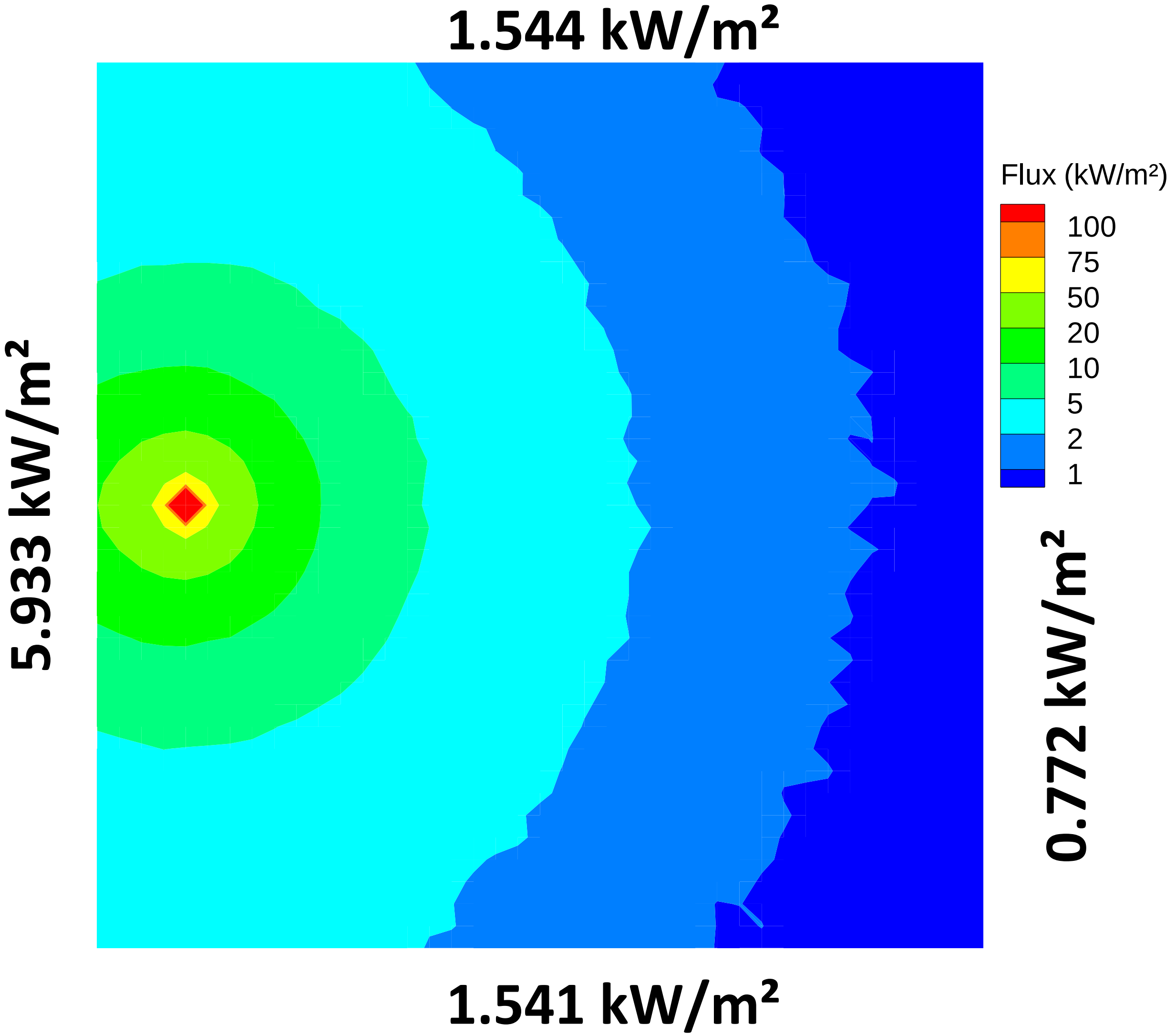
Rayonnement d'une source dans une enceinte 2D

Enceinte contenant un MST (ω, β)
Parois grises diffuses d'émissivités ε_1 à ε_4
Un feu, assimilé à une source ponctuelle, se déclare dans le local
Calcul des sources radiatives (W/m³) et des flux pariétaux (W/m²)





Rayonnement d'une source dans une enceinte 2D



Enceinte: 4m×4m

Source: 100kW, placée à (0.5m; 2m)

Parois grises diffuses d'émissivité 0.6

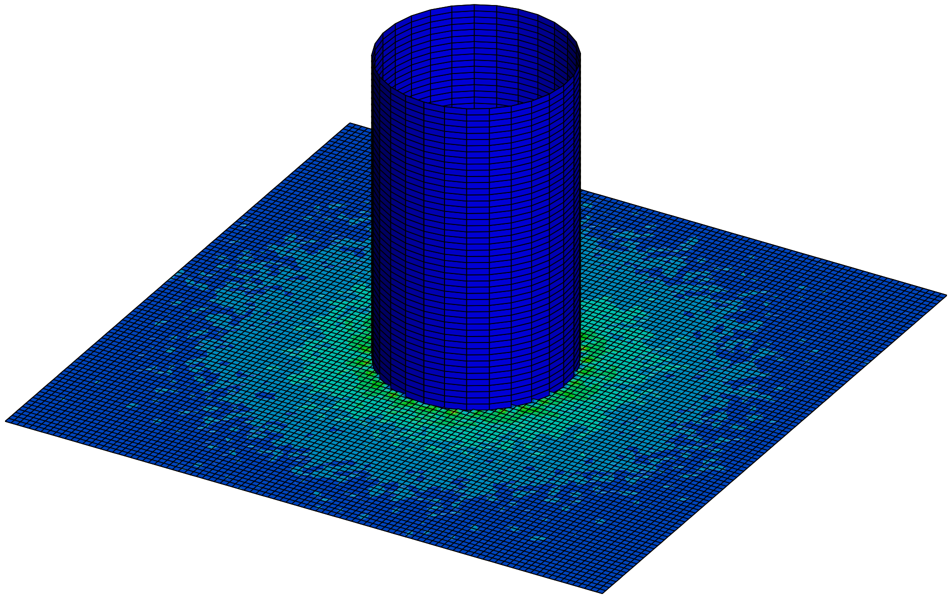
MST: ω=0.5; β=0.5 ($\omega = \frac{\sigma_s}{\beta}$ ➔ σ_s=0.25)

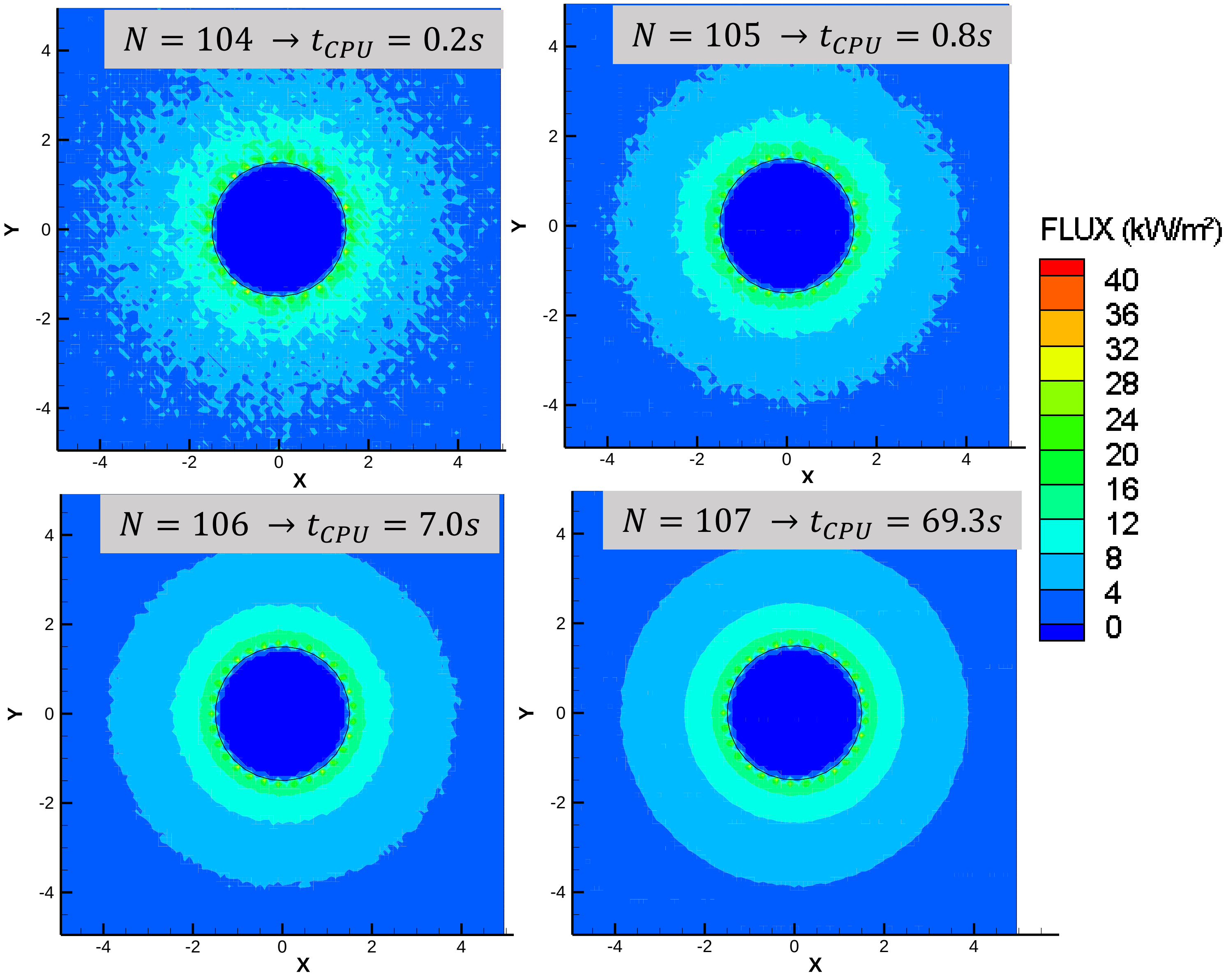
Nombre de quanta émis par la source: 10^6

➔ q = 0.1 W

Rayonnement d'une flamme verticale

Modèle de flamme solide (flamme = cylindre-émission surfacique) + MMC





Flamme:

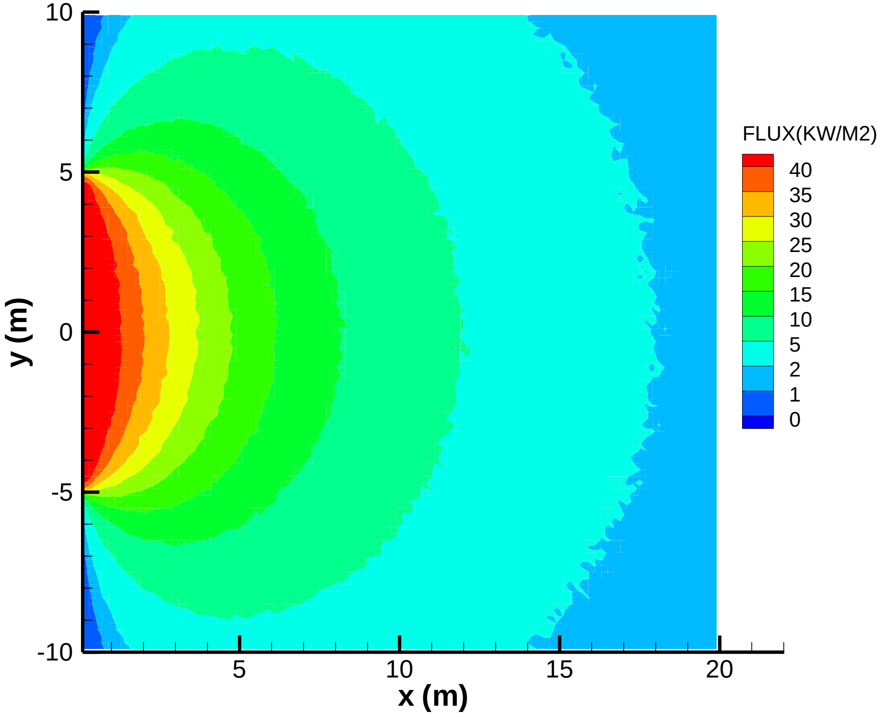
- 3m de diamètre
- 5m de haut
- Pouvoir émissif: 50kW/m²
- Maillage de peau: 30×50

Rayonnement d'un panneau vertical

Panneau radiant: 10m×10m, pouvoir émissif: 100kW/m²

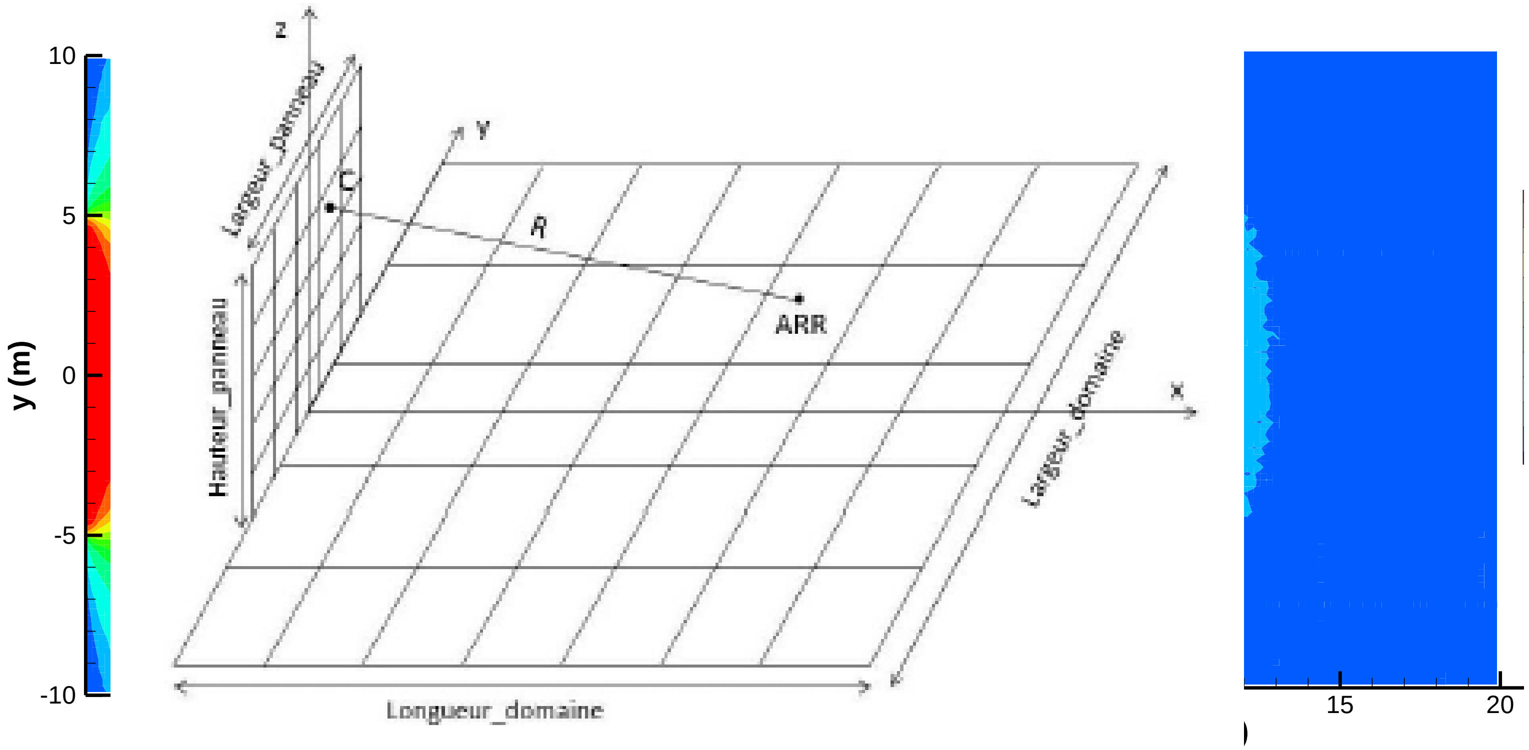
Nombre de quanta par m² de panneau: 10^6

Flux reçu au sol



Cible de 4 m de largeur et 1 m de hauteur, placée à 3 m

Cible + atténuation couche d'air (κ=0.1m^{-1})

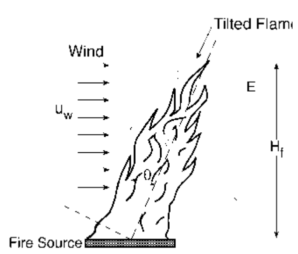


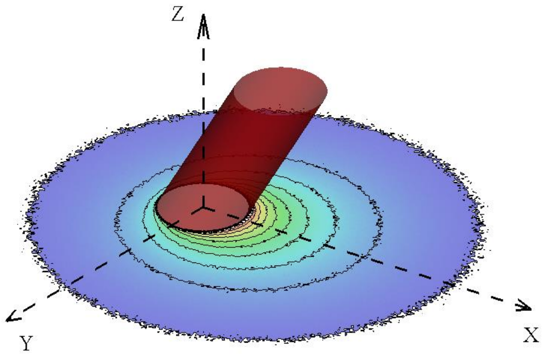

```
CALL RANDOM_NUMBER(RAN)
DISTANCE=-1.D0/KAPPA*DLOG(RAN)
IF(DISTANCE.LT.R) quantum suivant
```

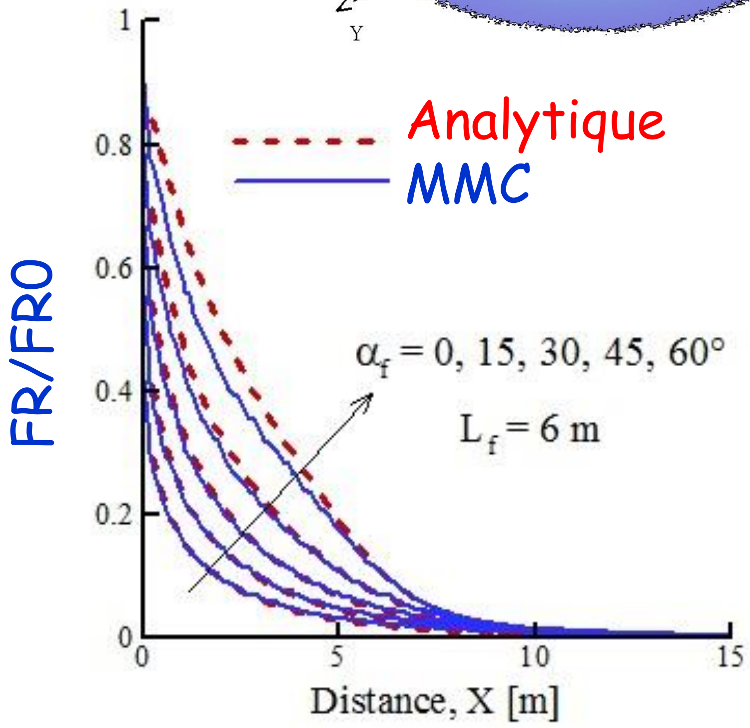
Validation

(Billaud et al., IJTS 50, 2011)

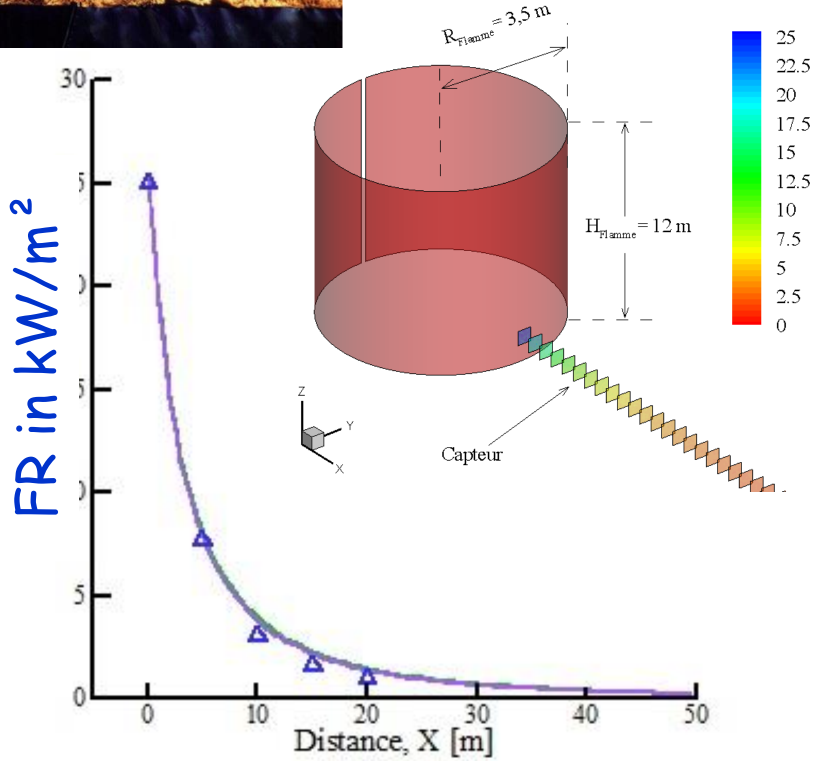
MMC vs. solution analytique



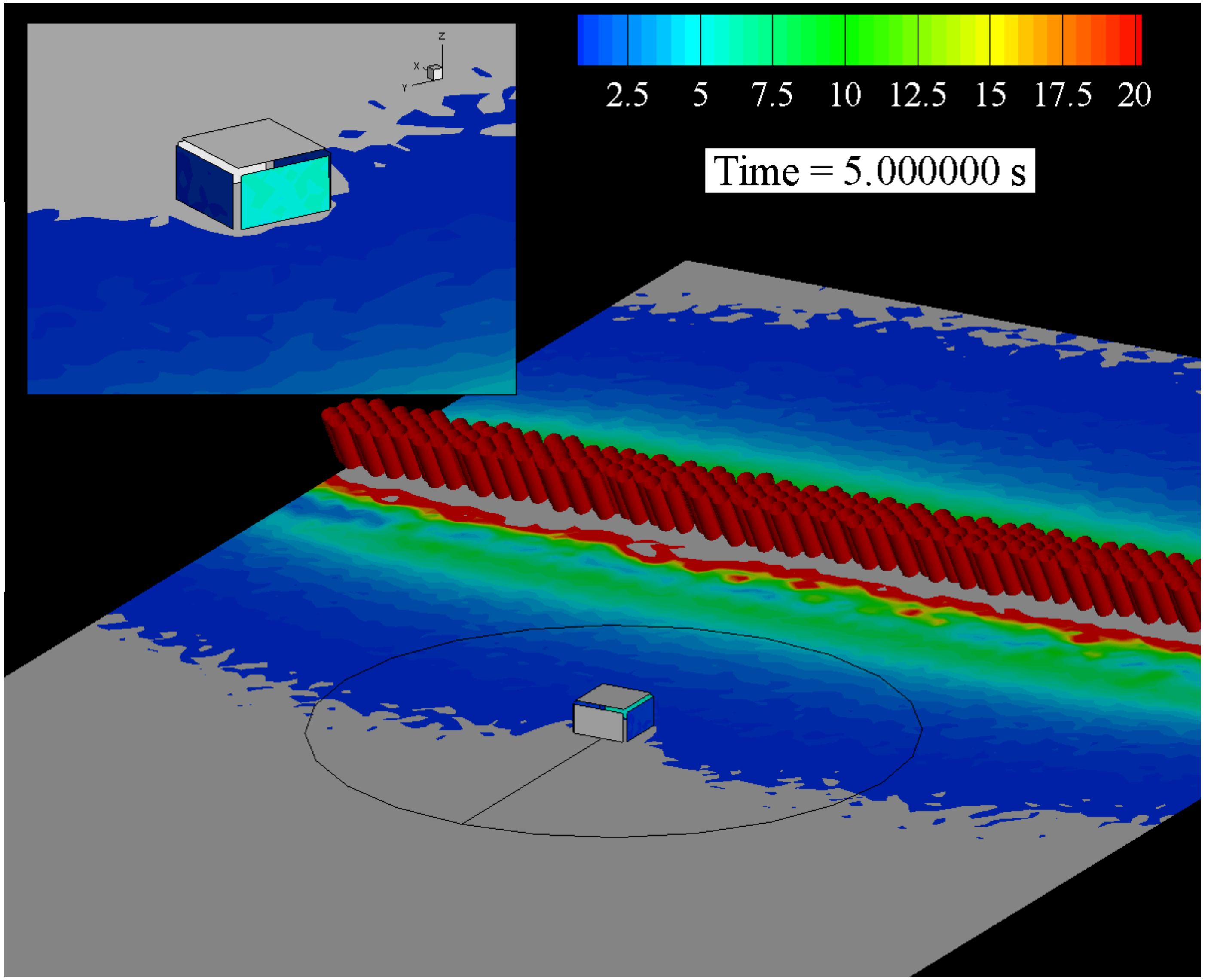




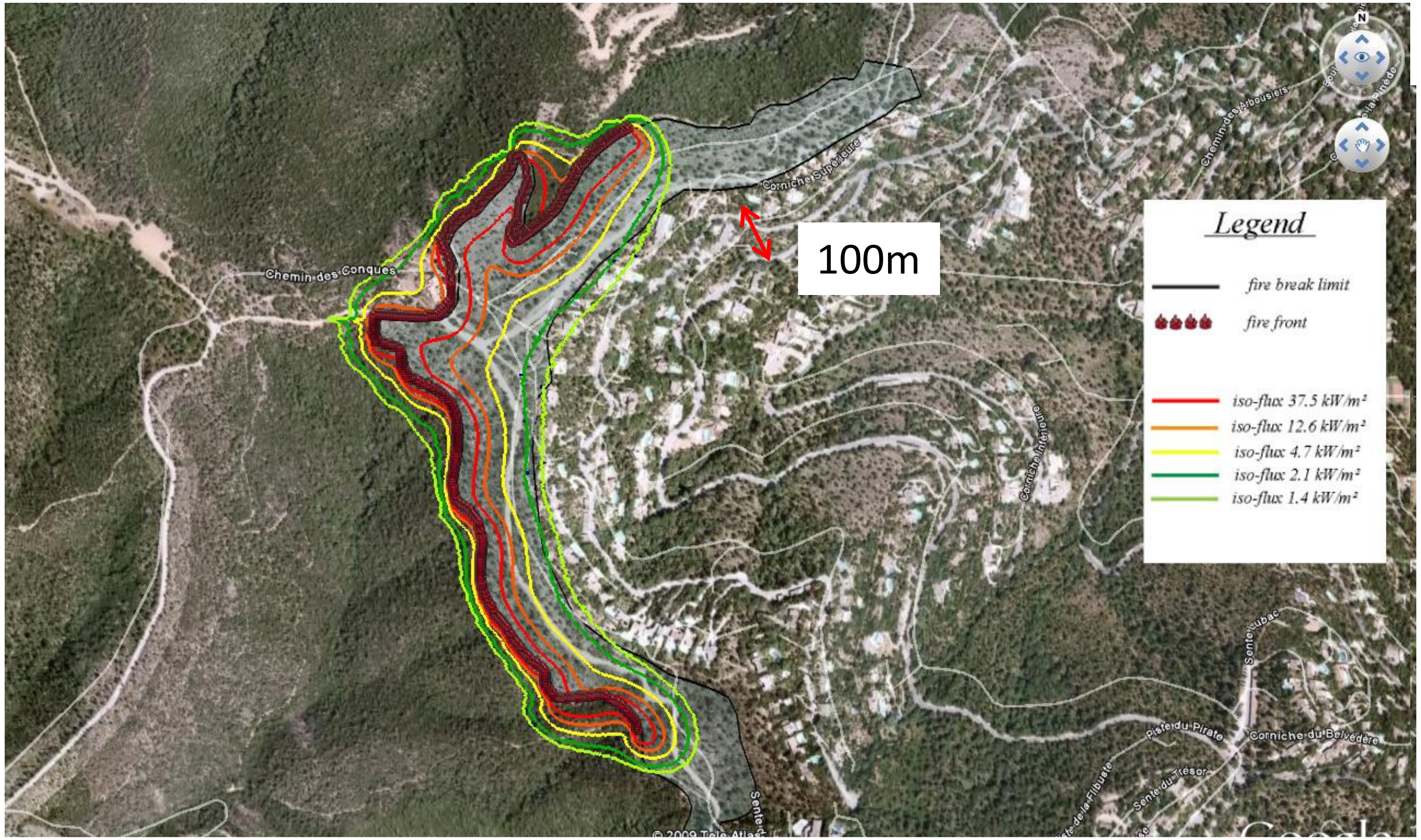
MMC vs. expériences (flamme d'hydrocarbure – exp. INERIS)



Efficacité du débroussaillement autour d'une habitation exposée à un feu de végétation



Evaluation de l'efficacité d'une coupure de combustible à l'interface forêt / habitat



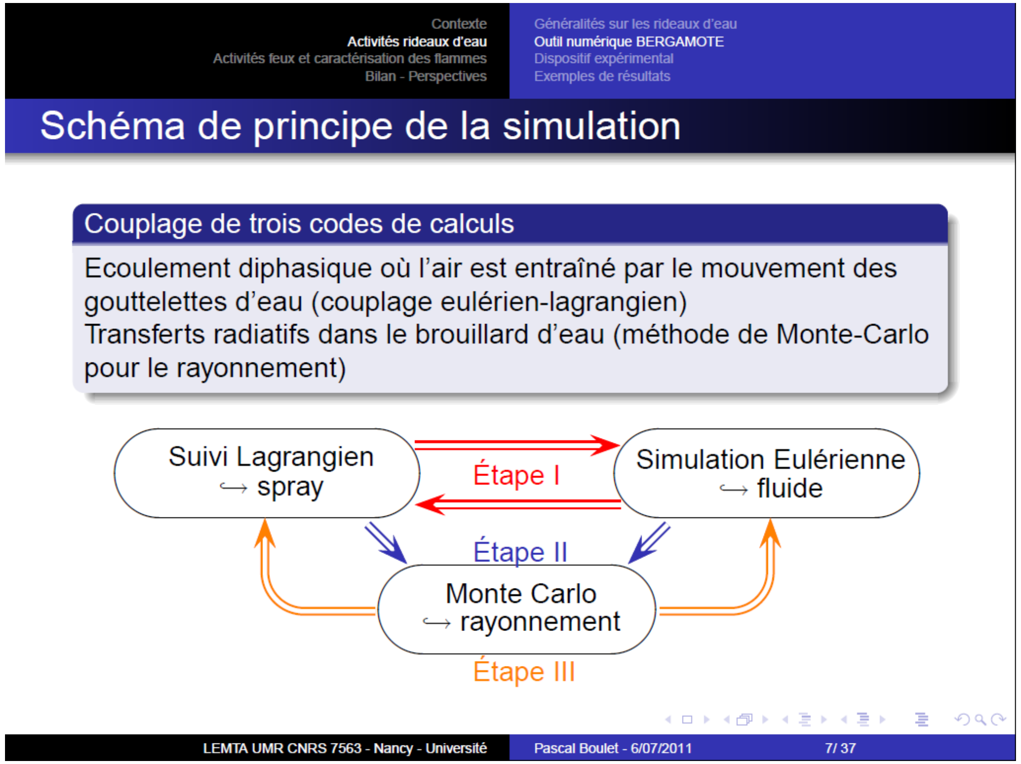
✓Faible niveau d'exposition des habitations (< 2 kW/m^2) et sur le chemin d'accès

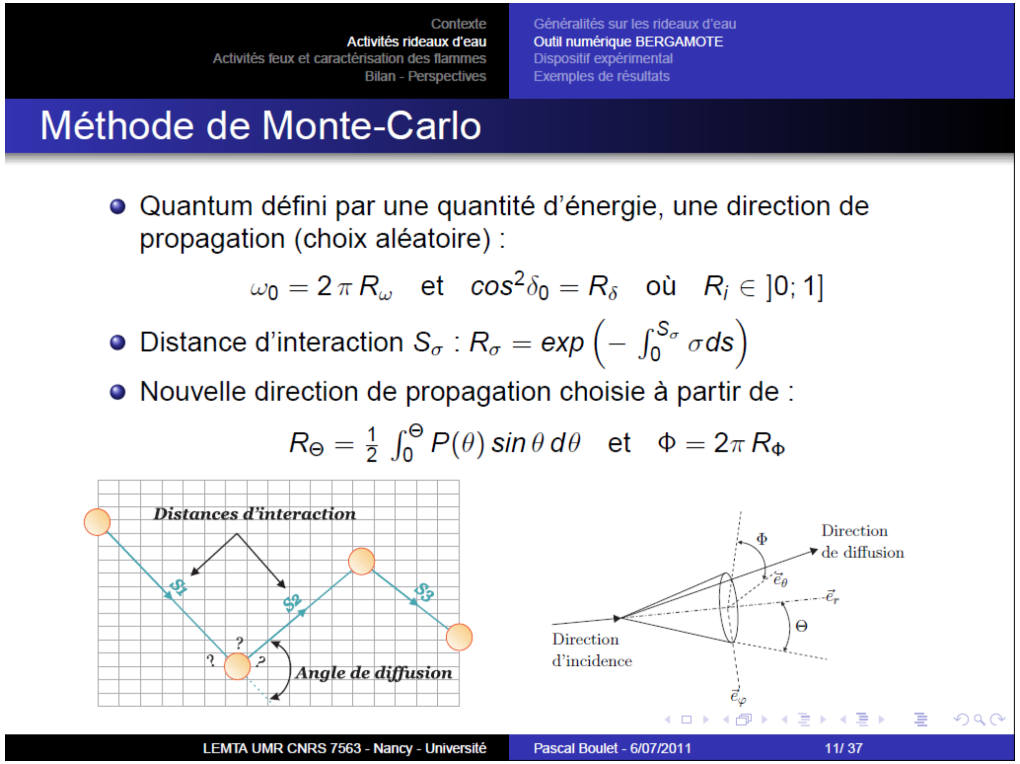
➔ les services d'incendie et de secours peuvent intervenir, ce qui rend défendables les habitations situées à l'interface.

Rayonnement dans un milieux diphasique gaz/gouttelettes d'eau (rideaux d'eau) (LEMTA)

Rideau d'eau, en quelques mots, comment la simulation fonctionne...

Suivre les gouttes le long de leur trajectoire dans le milieu environnant (effets connus: trainée, gravité, turbulence, évaporation, échanges thermiques), reproduire leur effet sur le rayonnement thermique.

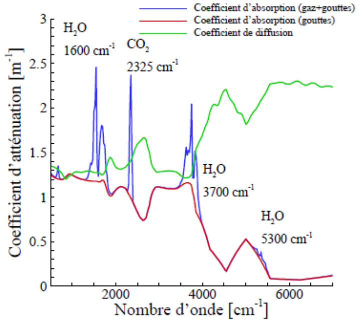


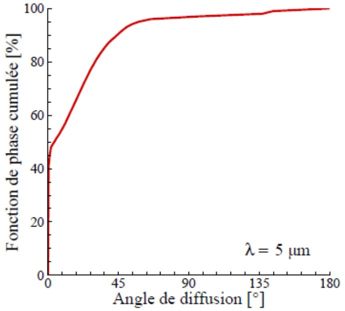


Rayonnement dans un milieux diphasique gaz/gouttelettes d'eau (rideaux d'eau) (LEMTA)

Propriétés radiatives

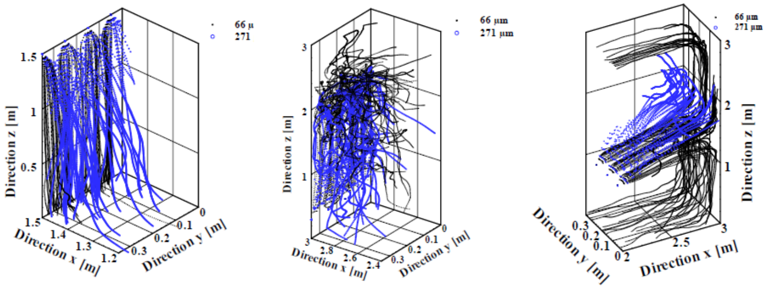
- Théorie de Mie pour les gouttes : absorption, diffusion (fortement anisotrope vers l'avant) et fonction de phase (cumulée)
- Modèle C-k pour les gaz H_2O et CO_2 (coefficient d'absorption)
- Additivité simple des coefficients d'absorption des deux phases





Absorption - Diffusion | Fonction de phase cumulée

Caractéristiques dynamiques : $F_V = 8{,}2.10^{-5}$ m^3 d'eau par m^3 d'air ; $D_{32} = 108\,\mu$m



Descendant | Ascendant | Impactant

retour

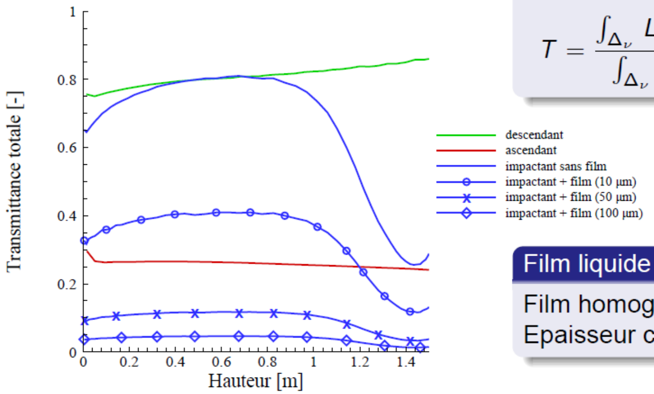
Temps de séjour (Descendant)
66 μm : 0,88 s
271 μm : 0,26 s

Temps de séjour (Ascendant)
66 μm : 12,19 s
271 μm : 2,68 s

Temps de séjour (Impactant)
66 μm : 4,93 s
271 μm : 2,03 s

Efficacité des stratégies de pulvérisations

- Comparaison en terme de transmittance totale en fonction de la hauteur



Transmittance totale

$$T = \frac{\int_{\Delta_\nu} L^0_{\nu,\theta}\, T_\nu \, d\nu}{\int_{\Delta_\nu} L^0_{\nu,\theta}\, d\nu}$$

Film liquide
Film homogène
Epaisseur constante

S. Lechêne, des propriétés radiatives à l'atténuation des flux par rideaux d'eau

Des effets d'absorption par les gouttes et la vapeur + de la diffusion

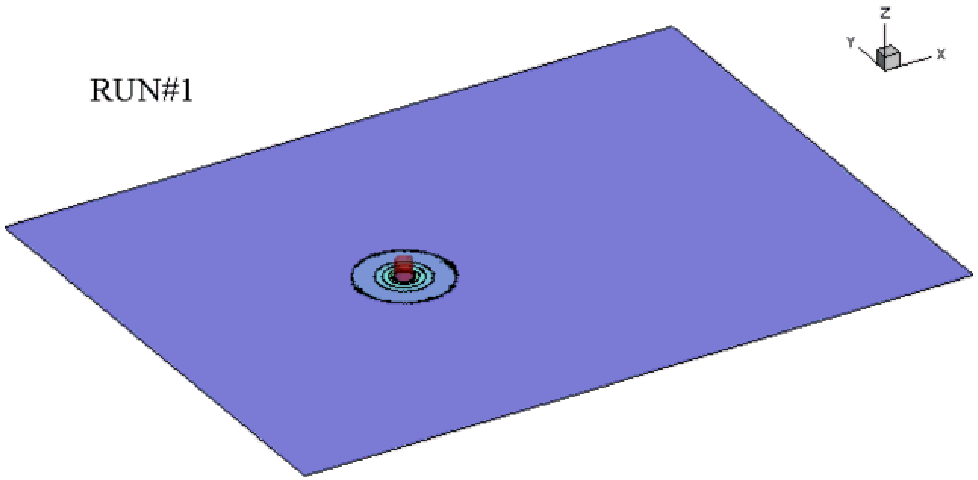
Extensions de la MMC

LEMTA

- ❑ Quantum indivisible ➔ quantum divisible
- ❑ Flamme: source d'émission surfacique ➔ volumique
- ❑ MMC réciproque (de la cible vers la source) ➔ gain CPU

IUSTI

- ❑ Abaques de rayonnement pour la propagation d'un front de flammes (MMC+AG)



Merci de votre attention

Quelques sources disponibles sur demande

Contacts:
bernard.porterie@univ-amu.fr
pascal.boulet@univ-lorraine.fr