

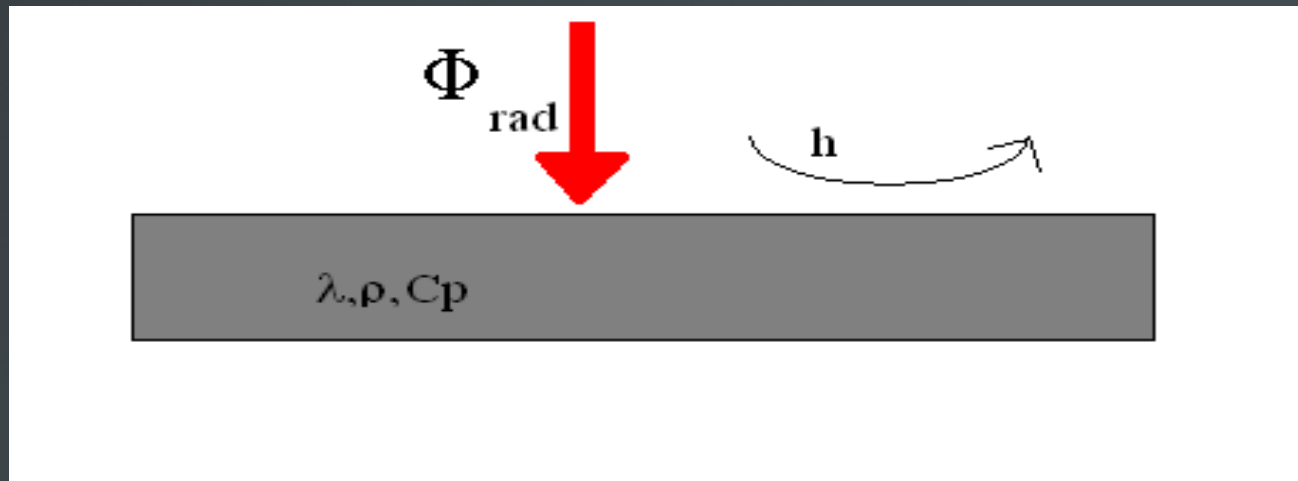
**Approfondissement de la théorie
classique de l'ignition et
comportement thermique : de l'épais
au fin**

Aymeric LAMORLETTE
Fabien CANDELIER



Théorie classique de l'ignition

- Solide inerte, absorption du rayonnement en surface, flux grand devant le flux critique



=> Processus physique : montée en température jusqu'à la température d'ignition (pyrolyse)

Solide thermiquement épais

- Processus de montée en température :
 - Modèle de diffusion uni-dimensionnel
 - Ignition lorsque la température de surface atteint la température d'ignition
 - Développement limité de la solution avec pertes convectives :

$$\frac{1}{\sqrt{t_{ig}}} = \frac{2}{\sqrt{\pi} \sqrt{\lambda \rho C_p}} \frac{\Phi_{rad}''}{T_{s,ig} - T_{s,0}}$$



Solide thermiquement fin

- Processus de montée en température :
 - Température homogène dans le solide
 - Ignition lorsque la température moyenne atteint la température d'ignition

$$T_{s,ig} - T_{s,0} = \frac{\Phi_{rad}''}{h} \frac{R_h}{R_\phi} \left(1 - \exp \frac{-h \sigma_{eff} t_{ig}}{R_h \rho C_p} \right)$$

R_ϕ tel que le flux radiatif est reçu par la surface $\frac{S_{tot}}{R_\phi}$

R_h tel que le flux convectif est perdu par la surface $\frac{S_{tot}}{R_h}$

$\sigma_{eff} < \sigma$ est la surface spécifique effective du solide

Limite entre les modèles ?

- SFPE Handbook :

« A simple criterion based on the Biot number (Bi) is generally used for the purpose of establishing if a material is thermally thin or thick. The Biot number is defined as $Bi = hL/\lambda$ ($Bi = h/\lambda\sigma$) where h is a global heat transfer coefficient and λ is the thermal conductivity. If Bi is much less than 1 then temperature gradients inside the solid are negligible; whereas if the Biot number is not much smaller than unity, then temperature gradients need to be considered. »

- Exemples de nombre de Biot typique :

- Planches de bois ou de PMMA ($e=3\text{cm}$) : $2 \leq Bi \leq 7$

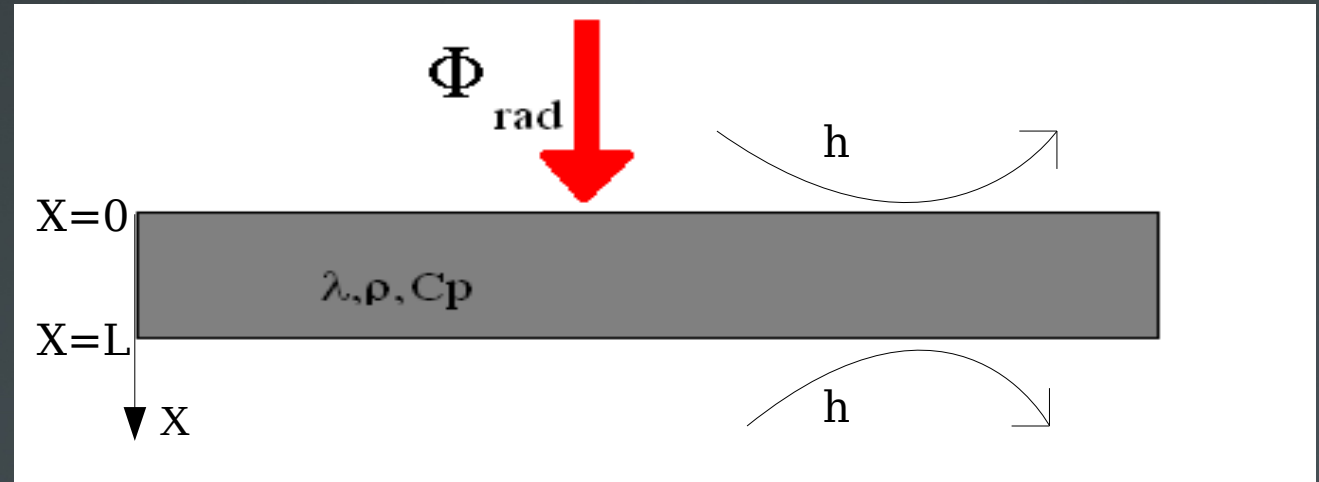
- Aiguilles de pin : $0,15 \leq Bi \leq 0,5$

- => Détermination d'un critère théorique plus adapté et plus précis : développement théorique d'une solution générale (géométrie cartésienne)

Solution générale pour l'ignition d'une plaque

- Équation :

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T_s}{\partial X^2}$$



- Conditions limites :

$$-\lambda \frac{\partial T_s}{\partial X} \Big|_{X=0} = \Phi_{rad} - h(T_s - T_\infty) ; \quad -\lambda \frac{\partial T_s}{\partial X} \Big|_{X=L} = h(T_s - T_\infty)$$

Méthode de résolution

- Réduction du problème (adimensionnement), développement en perturbations (θ_1), à partir de la solution stationnaire (θ_0); obtention d'un problème homogène

$$\theta = \Phi(\theta_0 + \theta_1) = \frac{(T_s - T_\infty)}{T_{ig} - T_\infty}$$

Nombre de Biot convectif : $Bi = hL/\lambda$

Nombre de Biot radiatif : $\Phi = \Phi_{rad} L/\lambda (T_{ig} - T_\infty)$

- Séparation de variables



Solution

- Solution du problème homogène (θ_1) :

$$\theta_1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-Y_n^2 t) \left[\cos(Y_n X) + \frac{Bi}{Y_n} \sin(Y_n X) \right]$$

- Y_n solutions de l'équation : $\tan(Y_n) = \frac{2 Bi Y_n}{Y_n^2 - Bi^2}$

- Calcul des coefficients C_n : $C_n = \frac{-2}{Y_n^2 + 2 Bi + Bi^2}$

Lors de l'ignition il vient : $\theta = \theta_{ig} = 1$ et $t = t_{ig}$

=> On peut calculer t_{ig} dans le cas général

Amélioration de la solution thermiquement fine

- Reformulation adimensionnelle :

$$\theta_{fin} = \frac{\Phi}{2 Bi} [1 - \exp(-2 Bi t)]$$

- Équivalence avec la solution temps long (premier terme de la somme) pour une approximation du premier zéro de l'équation de dispersion par un développement en Biot :

$$Y_1 = \sqrt{2 Bi} - \frac{\sqrt{2}}{12} Bi^{3/2}$$

- Amélioration du développement en Biot

Amélioration de la solution thermiquement épaisse

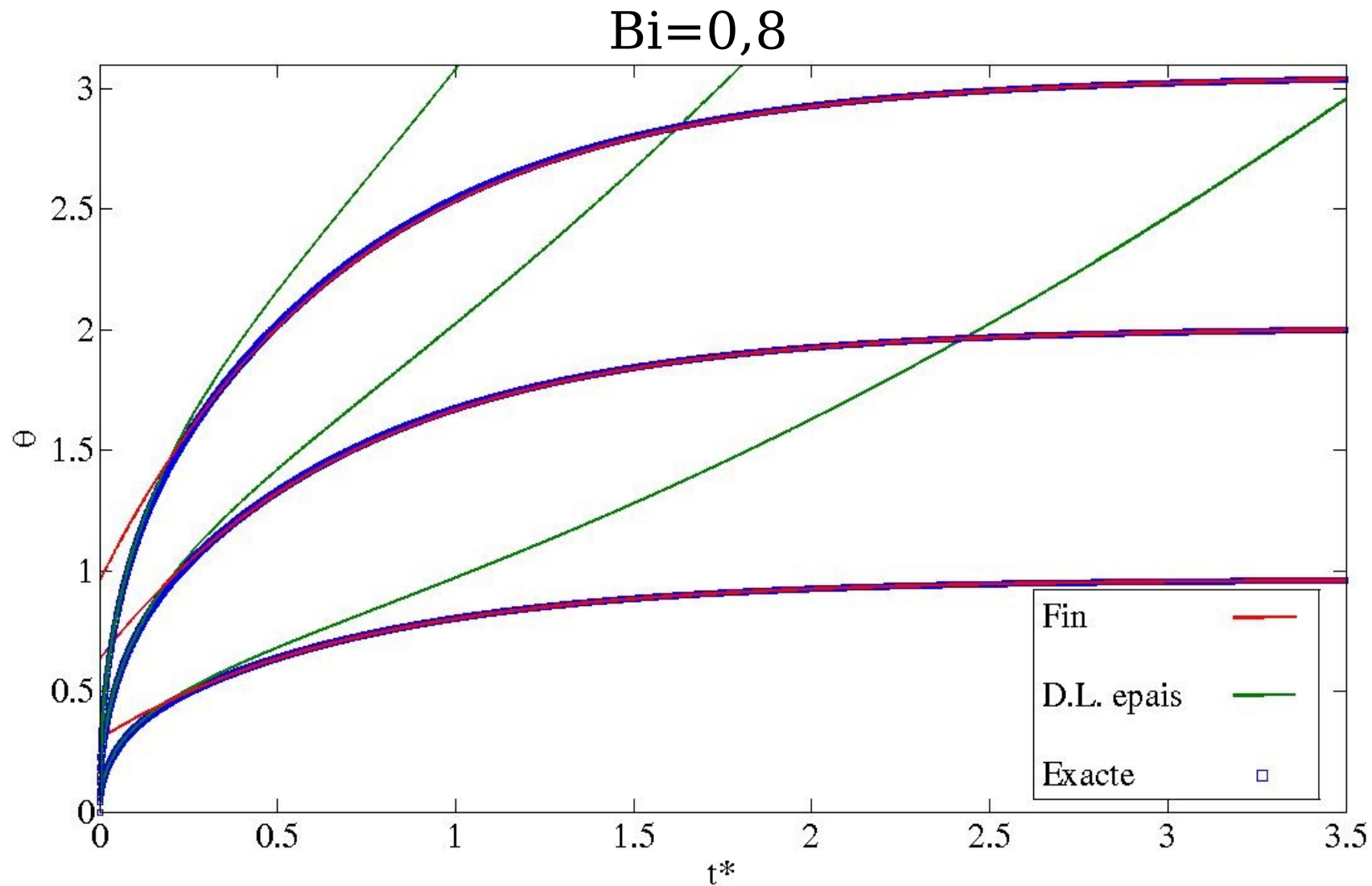
- Reformulation adimensionnelle : $\theta_{ep} = 2 \Phi \sqrt{t} / \sqrt{\pi}$
- Amélioration du développement limité (prise en compte des pertes surfaciques dans le D.L.) :

$$\theta_{ep} = \Phi \left[2 \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} - Bi t + \frac{4 Bi^2 t^{3/2}}{3 \sqrt{\pi}} \right]$$

=> Comparaison des trois solutions

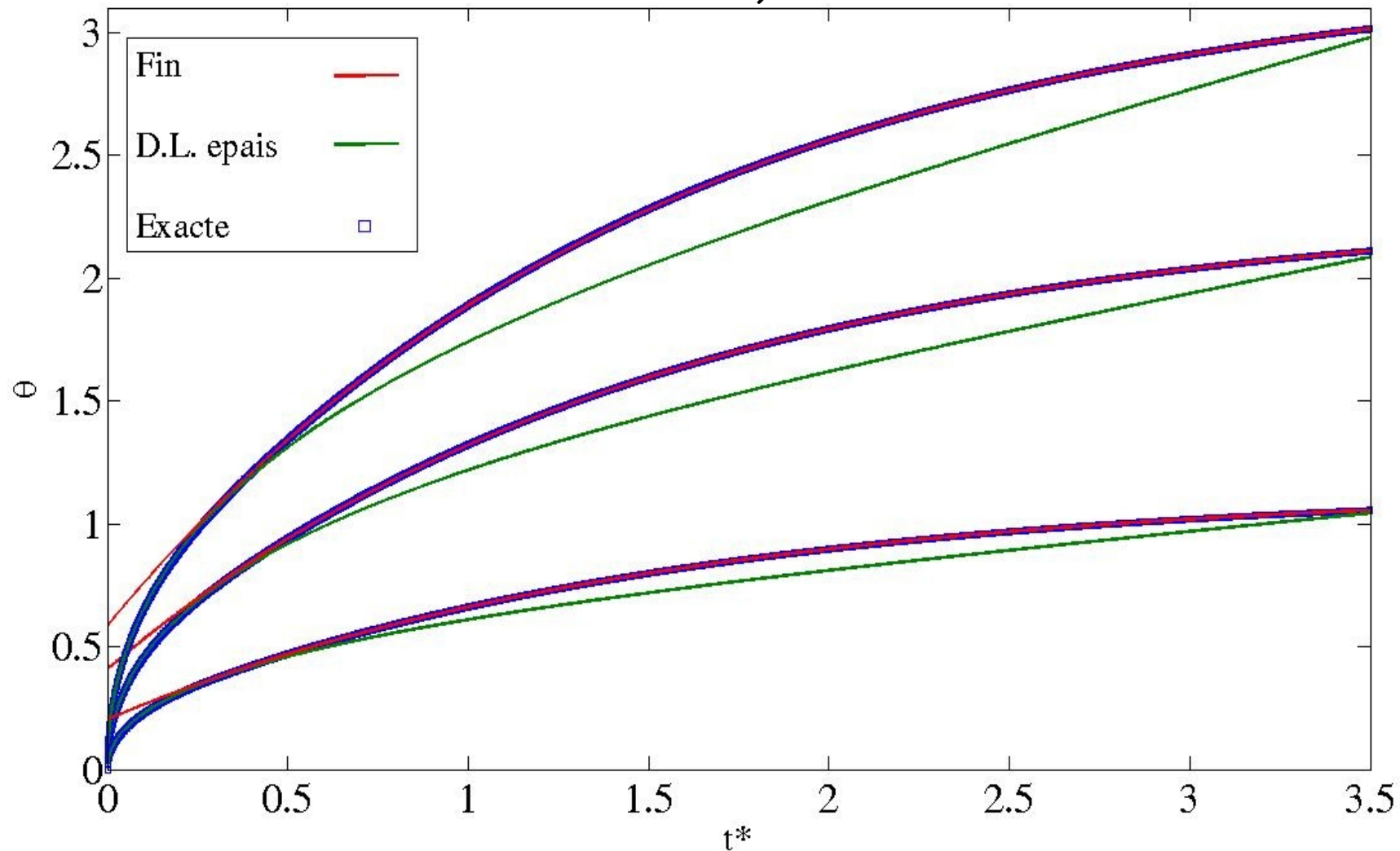


Comparaison des solutions à faible Bi

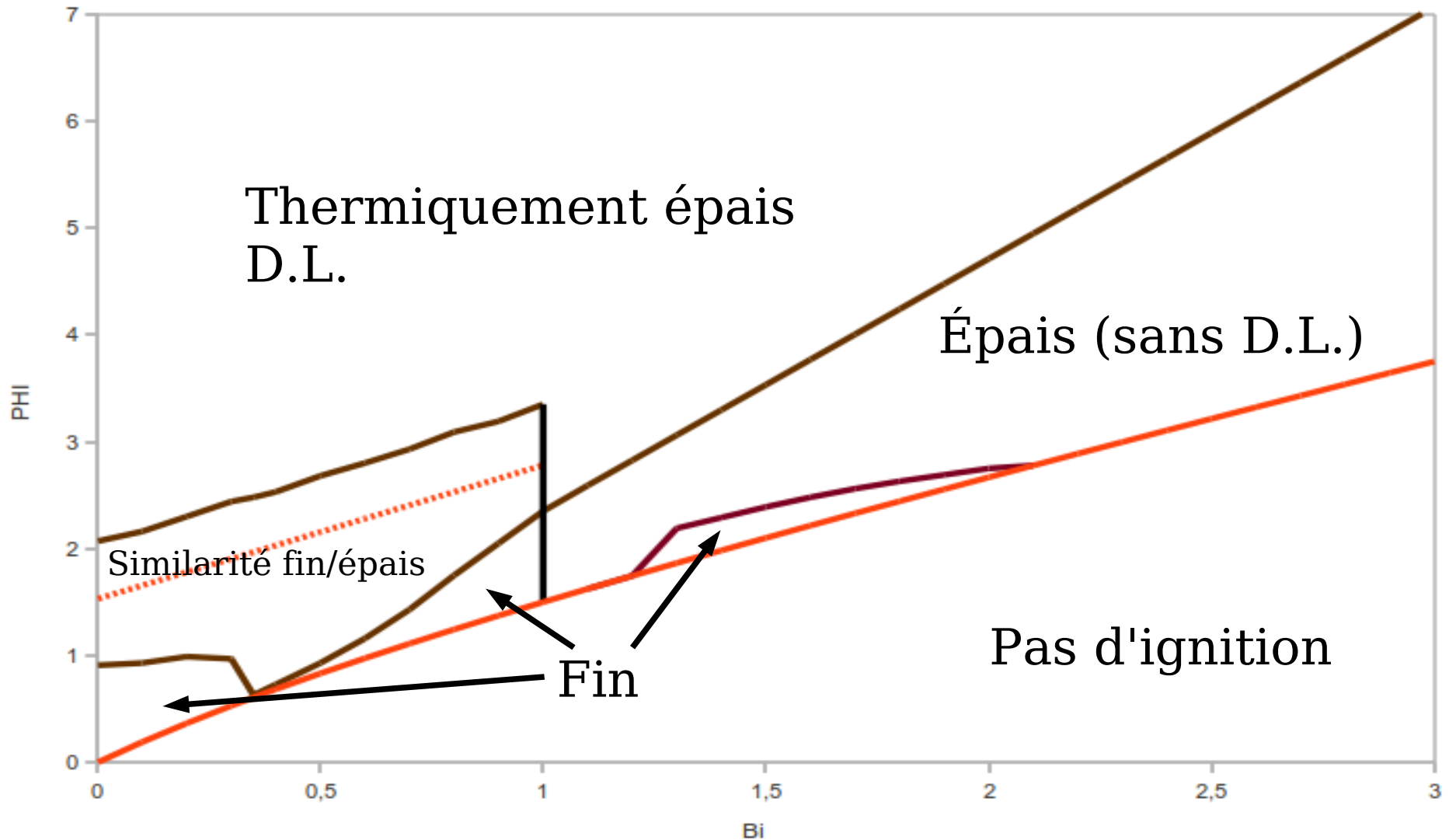


Comparaison des solutions à faible Bi

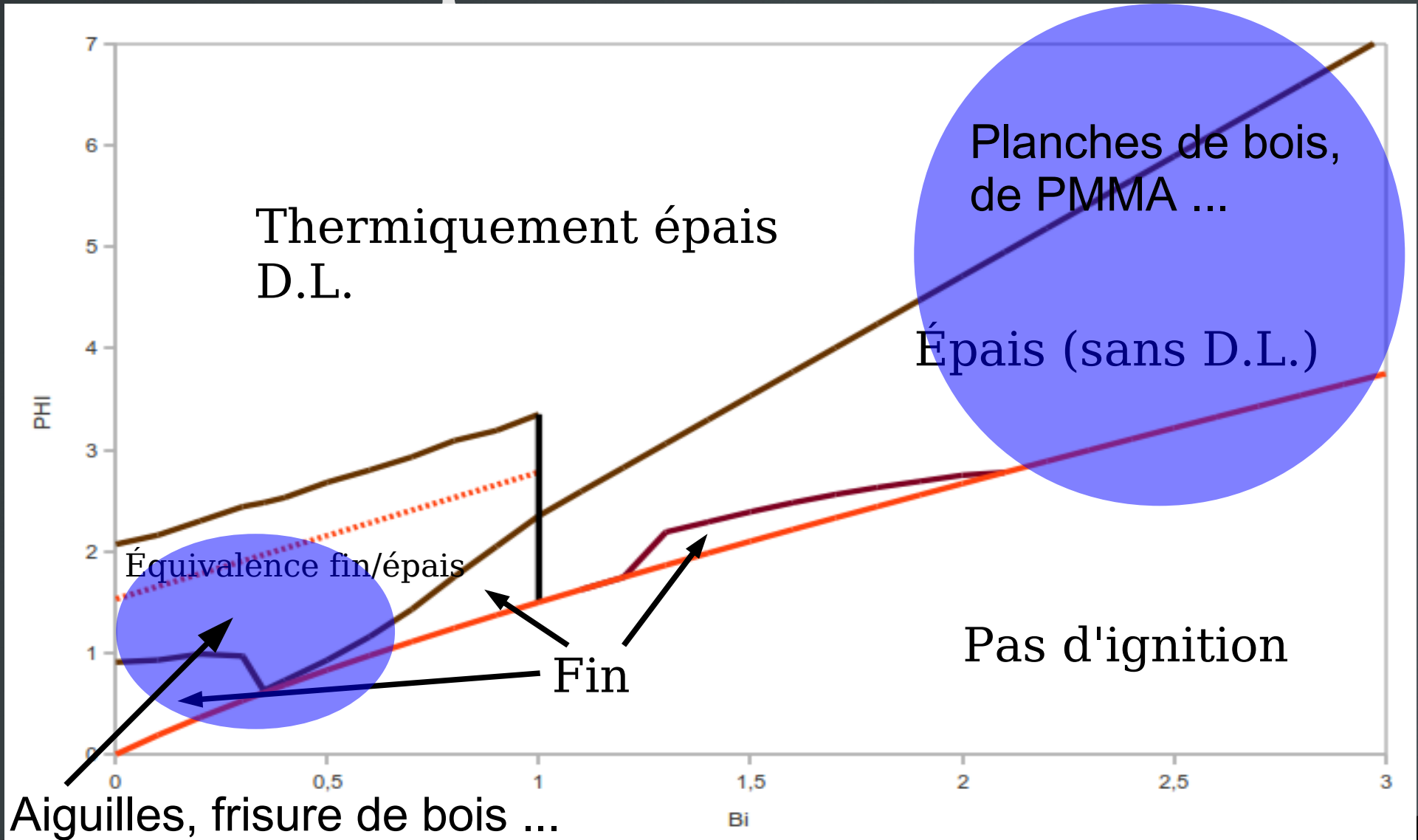
Bi=0,35



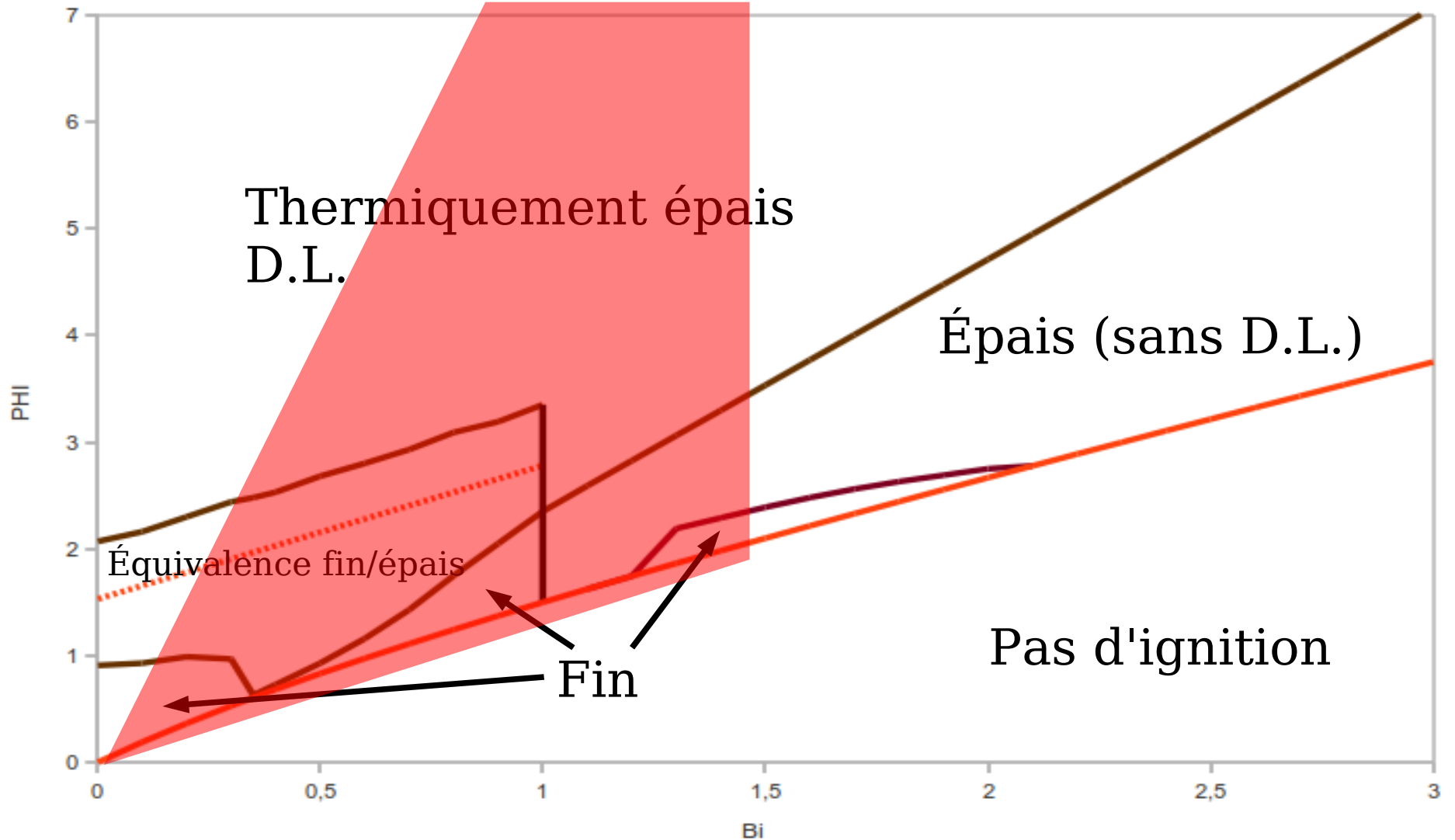
Espace des configurations



Expériences en FPA



Applications aux feux de forêts



Conclusion

- L'utilisation des solutions asymptotiques fournit une précision suffisante sur le temps d'ignition quelles que soient les conditions de flux radiatif et convectif
- Existence d'une zone importante de recouvrement des solutions à faible nombre de Biot convectif
- Existence d'ignition en régime thermiquement épais à hauts flux pour des solides communément considérés comme thermiquement fin.

