



Utilisation de la modélisation en similitude pour des feux en milieu confiné ou semi-confiné, quelles sont les limites ?

J.P. GARO

Institut PPRIME – CNRS UPR 3346

École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique

Téléport 2 BP 109

86960 Futuroscope Cedex



Mise en œuvre d'expérimentations → 2 types d'échelles :

- Essais à vraie grandeur : coûteux et donc souvent uniques
- Essais à échelle réduite : plus d'essais mais nécessitent le respect de règles de similitude



Décrire dans le détail les relations de similitudes impliquées dans le passage de tels essais de l'échelle réelle à l'échelle réduite

Principe général

- Adimensionnalisation des équations de conservation
- Isolation des groupements adimensionnels
- Etude des contraintes de conservation de ces groupements

Equations de conservation

- Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \cdot u}{\partial x} = 0$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + g \cdot (\rho_0 - \rho) + \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

- Conservation de l'énergie

$$\rho \cdot C_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dot{Q}''' + \frac{\partial p}{\partial t}$$

Grandeurs adimensionnalisées

$$u' = \frac{u}{V}$$

- Vitesse

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0}$$

- Masse volumique

$$x' = \frac{x}{l}$$

- Position

$$T' = \frac{T}{T_0}$$

- Température

$$t' = \frac{t}{\tau}$$

- Temps

Conservation de la masse

$$\frac{l}{V \cdot \tau} \cdot \frac{\partial \rho'}{\partial t'} + \frac{\partial \rho' \cdot u'}{\partial x'} = 0$$

$$\tau \propto \frac{l}{V}$$

Similitudes - Vitesse d'écoulement

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\rho' \left(\frac{l}{V\tau} \frac{\partial u'}{\partial t'} + \rho u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \right) = - \frac{p_e}{\rho_0 V^2} \frac{\partial (p - p_a)}{\partial x'} + \frac{gl}{V^2} (1 - \rho') + \frac{\mu}{\rho V l} \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2}$$

$\tau \propto \frac{l}{V}$

$Ri = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot \frac{gl}{V^2}$

$\frac{1}{Re}$

En pratique: **Re** ne peut être conservé entre les échelles

Si **Re** > 10000, turbulence suffisante → ☺

Échelle réduite en similitude : Respect du **nombre de Richardson**

$$Ri = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot \frac{gl}{V^2}$$

Or $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ est préservée dans un incendie (maquette chaude), ce qui revient à préserver le nombre de Froude $Fr = \frac{V^2}{gl}$,

d'où l'échelle cinématique :

$$\rightarrow \frac{l}{V^2} \propto 1 \rightarrow V \propto l^{1/2}$$

et l'échelle temporelle :

$$\tau \propto \frac{l}{V} \quad \rightarrow \quad \tau \propto l^{1/2}$$

Similitudes – Puissance du foyer

- Conservation de l'énergie

$$\rho' \left(\frac{l}{V\tau} \frac{\partial T'}{\partial t'} + u' \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) = \frac{\mu}{\rho_0 V l} \cdot \frac{k}{\mu C_p} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\dot{Q}''' l}{\rho_0 V C_p T_0}$$

$\tau \propto \frac{l}{V}$

$\frac{1}{Re}$

$\frac{1}{Pr}$

$\frac{1}{Fr} \cdot \frac{\dot{Q}}{\rho_0 l^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}} C_p T_0}$

k, μ et C_p → propriétés intrinsèques de l'écoulement

→ Préservé entre les échelles

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{k} \text{ préservé}$$

$$\frac{\dot{Q}}{l^{5/2}} \propto 1 \longrightarrow \dot{Q} \propto l^{5/2}$$

Nombre de Zukoski

Similitudes – Transferts thermiques

Si toutes les pertes de chaleur évoluent comme $l^{5/2}$, alors la température est préservée entre prototype et vraie grandeur.

Tous les processus de perte de chaleur peuvent-ils se mettre à l'échelle en $l^{5/2}$?

Les flux de chaleur rayonnés et convectés viennent impacter les parois qui s'échauffent par conduction:

$$\dot{q}_r + \dot{q}_{cv} = \dot{q}_{cd}$$

Similitudes – Transferts thermiques

Approche rigoureuse (mise à l'échelle en $l^{5/2}$)

Convection $\dot{q}_{cv} \propto h_c \cdot S \cdot \Delta T$

On doit préserver un groupe adimensionnel représentant le rapport des pertes de chaleur par convection sur le flux enthalpique.

$$\Pi_{cv} = \frac{h_c \cdot l^2 \cdot \Delta T}{\rho_0 \cdot C_{p0} \cdot T_0 \cdot g^{1/2} \cdot l^{5/2}} \rightarrow h_c \propto l^{1/2}$$

$$q_{cv} \propto l^{1/2} \cdot l^2 \propto l^{5/2}$$

comme cela est requis

Similitudes – Transferts thermiques

Approche rigoureuse (mise à l'échelle en $l^{5/2}$)

Conduction

$$\Pi_{cond} = \frac{\dot{q}_{cond}}{\rho_0 \cdot Fr^{1/2} \cdot l^{5/2} \cdot g^{1/2} \cdot C_p \cdot T_0}$$

Conductivité thermique de la paroi

$$\dot{q}_{cond} = \frac{k_p \cdot S \cdot (T_p - T_0)}{\delta}$$

$$\delta \propto \sqrt{\frac{k_p \cdot \tau}{\rho_p \cdot C_{p,p}}}$$

Distance de pénétration thermique

$$\text{Condition nécessaire : } k_p \cdot \rho_p \cdot C_{p,p} \propto l^{3/2}$$

Transferts conductifs aux parois

Nécessité de tenir compte de l'épaisseur des parois δ_p

$$\Delta = \frac{\delta_p}{\delta}$$

Si ce nombre Δ est respecté, on a:

$$\delta_p \propto l^{1/4}$$

Le flux de chaleur conductif est préservé si:

$$\dot{q}_{cond} \propto \frac{l^{3/4}}{l^{1/4}} \cdot l^2 \propto l^{5/2} \quad \text{comme ce qui est requis}$$

Similitudes – Transferts thermiques

Approche rigoureuse (mise à l'échelle en $l^{5/2}$)

Rayonnement $\Pi_{rad} = \frac{\dot{q}_{rad}}{\rho_0 \cdot l^{5/2} \cdot g^{1/2} \cdot C_p \cdot T_0}$

$$\varepsilon \approx 1 - e^{-k_{abs} \cdot l} \quad k_{abs} \propto l^{-1}$$

A échelle réduite, utilisation d'un combustible générant plus de suies.



Composition des gaz différente

Donc, impossible de respecter l'évolution en $l^{5/2}$.

Similitudes – Transferts thermiques

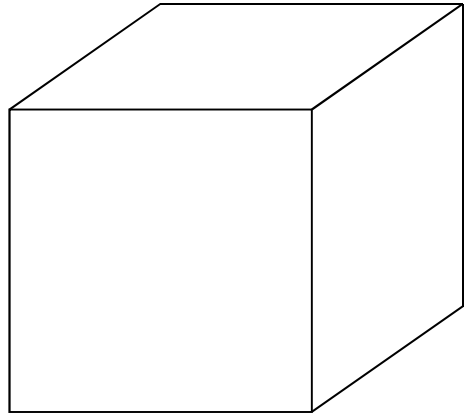
Rayonnement

Autre approche

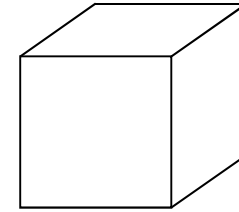
On fait l'hypothèse que le rayonnement est prédominant. On néglige donc la convection et on ne tient plus compte de Π_{cv}

On doit donc préserver $\frac{(k\rho)_p^{1/2}}{l^{1/4}}$ entre prototype et vraie grandeur

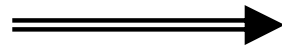
Application



100 m³



8 m³



$$s = \frac{2}{4,64} = 0,43$$

Bilan

M= maquette

R= Réelle

Echelle géométrique k_g :

$$k_g = s = \frac{l_M}{l_R}$$

Echelle cinématique k_c :

$$V \propto l^{1/2}$$

$$k_c = s^{1/2}$$

Echelle temporelle k_t :

$$\tau \propto \frac{l}{V}$$

$$\tau \propto l^{1/2}$$

$$k_t = s^{1/2}$$

Echelle énergétique k_e :

$$\frac{\dot{Q}^2}{l^5} \propto 1$$

$$\dot{Q} \propto l^{5/2}$$

$$k_e = s^{5/2}$$

Bilan

Sont en similitude:

-Températures

-Pression

-Composition des gaz

-Distances par l'échelle géométrique $k_g=s=0,43$

-Temps par l'échelle temporelle $k_t=s^{1/2}=0,66$

-Vitesses par l'échelle cinématique $k_c=s^{1/2}=0,66$

-Débit calorifique par l'échelle énergétique $k_e=s^{5/2}=0,13$

-Flux conductifs et convectifs

-Renouvellements Horaires par l'échelle Rh: $k_{Rh}=1/k_t=1,52$

Effet d'échelle :

Dispositif	Débit calorifique du feu (kW)					
	10	20	30	60	90	120
Local de 100 m ³ (pleine échelle)	80	165	250	500	750	1000
Local de 400 m ³	260	520	795	1590	2385	3180
Local de 583 m ³	360	710	1090	2175	3260	4350

Grandeurs	ICFMP : local de 583 m ³	Dispositif : 8 m ³
\dot{Q}	1 MW	28 kW
[O ₂]	12%	12,70%
[CO ₂]	6,50%	6,10%
[CO]	0,01%	0,07%
Tmax	255°C	235°C

Bilan sur le risque d'inflammation :

Pour une installation de 100 m³ :

Débit calorifique	Concentration en gaz imbrûlés	Température en entrée d'extraction	Conclusion
Inférieur à 250 kW	0,10%	< 150°C	Pas de risque d'inflammation
Entre 250 et 750 kW	Entre 0,1 et 1 %	jusqu'à 200°C	Risque minime
Supérieur à 750 kW	Entre 1 et 5 %, généralement > 3%	> 250°C	Risque potentiel

Critère de Température : $T < 180 \text{ °C}$

Critère sur LII : concentrations de gaz imbrûlés < 1 %

Conclusion général

Contraintes :

- respect de conservation des groupements adimensionnels
- Respect du positionnement des capteurs de températures et d'analyses



Réflexion avant toute construction

**Les similitudes sont un outil, pas une description
physique des phénomènes**